Deuxième partie

La variabilité des raies d'émission des noyaux actifs

Chapitre 4

La région d'émission des raies larges

Le premier projet de ma thèse fut de poursuivre l'étude commencée durant mon travail de diplôme, qui traitait de la variabilité des raies d'émission ultraviolettes dans un ensemble de noyaux actifs de galaxie. Les résultats de cette étude font l'objet de la publication présentée au Chapitre 6, dont le but était de caractériser les mouvements de la matière émettant les raies larges, en étudiant les varitions temporelles du profil des raies pour plusieurs galaxies de type Seyfert 1. Comme l'étude des raies d'émission des noyaux actifs de galaxie est un vaste sujet, qu'il n'est pas facile d'aborder rapidement, je me dois d'introduire ici d'une manière relativement détaillée certains aspects de cette étude auxquels je ferai référence au Chapitre 6.

Contrairement à d'autres domaines de l'étude des noyaux actifs de galaxie, il y a beaucoup d'informations dans les raies spectrales, mais cette information est souvent difficile à traiter. La complexité du problème réside dans le fait que chaque élément chimique peut produire plusieurs raies, qui sont caractérisées par leur intensité et par leur forme. La comparaison de l'intensité des différentes raies ou de leur profil est un aspect du problème. Les choses se compliquent en comparant ces données pour différents objets et cela d'autant plus que les noyaux actifs sont intrinsèquement variables. Aux variations d'un objet à l'autre se rajoutent les variations temporelles de l'intensité et du profil des raies, qui ont elles-mêmes des propriétés différentes d'une raie à l'autre et d'un objet à l'autre. Malgré ces difficultés, l'étude des raies est importante, car elle permet de nous renseigner sur le processus d'excitation ou d'ionisation des atomes, sur la composition chimique des nuages émettant les raies, sur leur distribution spatiale et leur champ de vitesse.

De bonnes références dans le domaine de l'étude des raies d'émission des noyaux actifs sont le cours de Netzer (1990) et le Chapitre 5 de Peterson (1997). Je ne vais aborder ici que certains aspects de cette étude en me bornant essentiellement à la région d'émission des raies larges situées dans le parsec central de la galaxie, aux abords immédiats de l'intense émission du noyau actif. Je commence par rappeler les bases théoriques de l'émission de raies spectrales et la manière usuelle de les désigner, avant d'évoquer, dans la Sect. 4.2, certains éléments de notre compréhension actuelle de ces raies et de leur origine. Dans la Sect. 4.3, je présente «l'effet Baldwin», qui décrit la relation entre la luminosité des raies et celle du continu. La Sect. 4.4 est consacrée à la réponse retardée des raies aux variations du continu. Le retard permet d'estimer la taille de la région d'émission des raies. Pour tester la géométrie et le champ de vitesse de cette région, il faut en outre étudier les variations du profil des raies. Cet aspect de l'étude des raies sera discuté dans la Sect. 4.5, pour le cas simple d'une géométrie à symétrie sphérique.

4.1 L'émission des raies spectrales

Les électrons, dans un atome, sont liés au noyau par la force de Coulomb qui attire des charges opposées. L'énergie de liaison des électrons dans un atome est quantifiée, de sorte que seuls certains niveaux d'énergie distincts sont permis. L'énergie de ces niveaux est décrite par la mécanique quantique. C'est le *principe d'exclusion de Pauli* qui s'oppose à ce que deux électrons se trouvent simultanément dans le même état quantique. Un atome est dans son état fondamental si tous les électrons se trouvent á leur niveau d'énergie le plus bas autorisé par ce principe d'exclusion.

Lorsque de l'énergie est transmise à l'atome, soit par l'absorption d'un photon, soit par collision avec un autre atome ou avec une particule chargée, un électron peu être déplacé vers un niveau d'énergie plus élevé. On dit alors que l'atome est dans un état excité. Il pourra retrouver son état fondamental par une ou plusieurs désexcitations radiatives, qui consistent à émettre un photon à la fréquence $\nu = \Delta E/h$, où $\Delta E = E' - E$ est la différence d'énergie entre le niveau d'énergie initial E' de l'électron et son niveau final E et où h est la constante de Planck. Une raie spectrale à la longueur d'onde $\lambda = c/\nu$ correspond donc à une transition d'énergie $\Delta E = h\,c/\lambda$, dont la valeur est une caractéristique de l'élément chimique.

Pour l'atome d'hydrogène, constitué simplement d'un proton et d'un électron, chaque raie spectrale porte un nom. Les transitions de l'électron d'un niveau excité $n' \geq 2$ vers le niveau fondamental $n = 1$ forment la série des raies de Lyman. On désigne les différentes raies de cette série par des lettres grecques correspondant à la différence $\Delta n = n' - n$ des niveaux d'énergie de la transition avec α pour $\Delta n = 3-2 = 1$, β pour $\Delta n = 4-2 = 2$, et ainsi de suite, comme illustré dans la Fig. 4.1. La même règle s'applique à l'ensemble des désexcitations vers le niveau $n = 2$, qui constitue la série de Balmer des raies visibles de l'hydrogène, ainsi qu'aux séries suivantes de Paschen, de Brackett, etc...

La situation est plus compliquée pour les raies des autres éléments chimiques, car ayant plusieurs électrons, ceux-ci peuvent être dans des *degrés d'ionisation* différents. En effet, si l'énergie transférée à l'atome lors de l'absorption d'un photon ou lors d'une collision est trop importante, un électron pourra quitter l'atome en le laissant avec un excès de charge positive. Par convention, le degré d'ionisation de l'atome neutre est noté I en chiffre romain, de sorte qu' un atome, une fois ionisé, auquel il manque un électron, correspond à un degré d'ionisation II. Comme des raies spectrales différentes correspondent à divers degrés d'ionisation d'un élément chimique, on désigne généralement les raies par le symbole de l'élément, par son degré d'ionisation et par la longueur d'onde λ de la raie en angström (Å). Ainsi, la raie ultraviolette à 1549 Å du carbone C^{+3} trois fois ionisé est notée C IV λ1549.

Dans un milieu dense, il peut arriver que des collisions entre atomes participent à leur désexcitation, un processus qui peut devenir dominant par rapport à la désexcitation radiative décrite ci-dessus. Lors de ces collisions, l'énergie correspondant à la désexcitation d'un des deux atomes est emportée par l'autre sous forme d'énergie cinétique. Ce processus ne laisse pas de trace observable et empêche l'émission d'une raie par désexcitation radiative. A cause de cet effet, certaines raies spectrales ne sont que très difficilement observables en laboratoire et sont appelées *interdites*. Cependant, dans certaines structures gazeuses de l'univers ayant une densité et une pression extrêmement faibles, le taux de collision entre atomes est fortement diminué, ce qui permet l'émission de ces raies inhibées en laboratoire. Les raies interdites sont différenciées des raies permises en les mettant entre crochets, comme par exemple [O III] λ5007, qui est la raie interdite de l'oxygène O^{++} à 5007 Å donnant une couleur verte à certaines nébuleuses (cf. Robson 1996). Les cas intermédiaires sont appelés des raies *semi-interdites* et

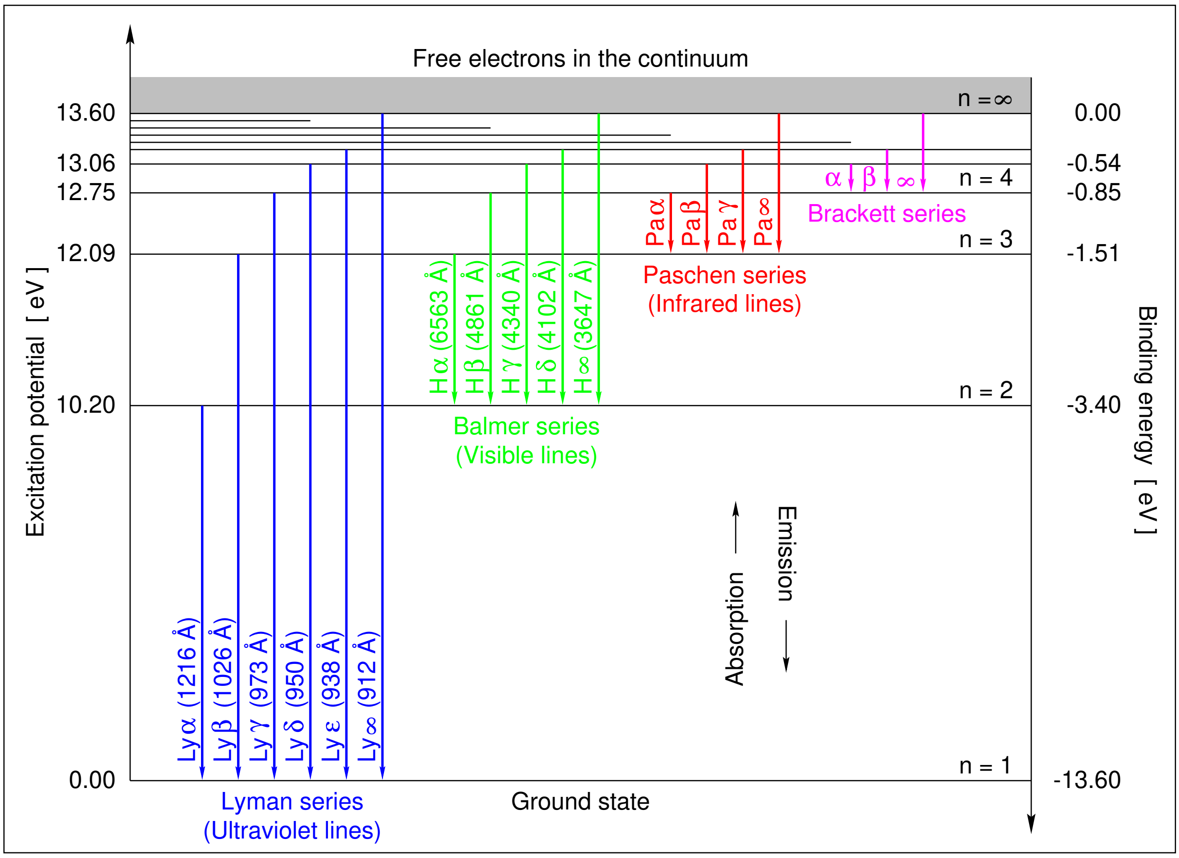


Fig. 4.1 – *Diagramme des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène selon le modèle de Bohr avec la nomenclature des principales transitions et la longueur d'onde en angström (Å) de la raie qui leur est associée. L'énergie en électron-volt (eV) qu'il faut fournir à l'électron pour le faire passer du niveau fondamental ($n = 1$) à un niveau excité ($n \geq 2$) est représentée en ordonnée sur une échelle quadratique. L'axe de droite, quant à lui, représente l'énergie de liaison de l'atome.* Adapté de: *Robson (1996).*

sont notées avec un seul crochet, comme par exemple la raie ultraviolette C III] λ1909 du carbone C^{++}.

Les rapports d'intensité entre des raies permises et des raies interdites dépendent de la température et de la densité du gaz, ce qui permet d'estimer ces grandeurs physiques essentielles à partir d' observations spectroscopiques. Les intensités relatives des différentes raies d'un même élément chimique, dans des degrés d'ionisation et d'excitation divers, permettent, quant à elles, de déterminer le processus d'ionisation et d'excitation de ces atomes. Les deux processus essentiels sont l'ionisation ou l'excitation par un photon d'une source proche de rayonnement intense et celle par collision avec un autre atome ou avec un électron libre du gaz. Dans le cas de la *photo-ionisation*, un électron est libéré de l'atome par l'absorption d'un photon, dont l'énergie $E = h\nu$ doit être supérieure au *potentiel d'ionisation* de l'atome, c'est-à-dire à l'énergie de liaison électro-statique qui retient l'électron le plus externe. L'atome d'hydrogène, dans son état fondamental, a un potentiel d'ionisation de 13.6 eV et ne peut, par conséquent, être photo-ionisé que par un photon du domaine ultraviolet lointain de longueur d'onde inférieure à 912 Å (cf. Fig. 4.1)[1].

[1]La longueur d'onde λ s'obtient à partir de lénergie E selon $\lambda = h\,c/E$ avec $h\,c \simeq 12\,398$ eV Å.

4.2 Origine et propriétés des raies d'émission

La Fig. 1.3 de la page 8 montre que le spectre moyen des quasars présente des raies d'éléments lourds tels le carbone, l'oxygène, le magnésium ou le silicium, ce qui indique que le gaz émettant ces raies – bien qu'il soit à haut redshift – a déjà été enrichi par une activité stellaire intense. En effet, la comparaison des rapports d'intensité des raies avec les modèles théoriques suggère une abondance en éléments lourds dans les noyaux actifs, qui est comparable ou même légèrement supérieure à celle du Soleil (cf. Table 2 de Netzer 1990).

On estime que la température T du gaz émettant les raies est d'environ $10\,000\,\mathrm{K}$, ce qui suggère une vitesse typique des atomes du gaz de l'ordre de $v \approx \sqrt{kT/m_\mathrm{p}} \approx 10\,\mathrm{km\,s^{-1}}$ (Peterson 1997), où k est la constante de Boltzmann et m_p est la masse du proton. Cette vitesse est 100 à 1000 fois trop faible pour expliquer la largeur des raies d'émission des quasars.[2] Il est donc nécessaire d'invoquer un mécanisme d'élargissement des raies autre que l'agitation thermique. On attribue généralement la largeur des raies à la présence de nombreux nuages individuels se déplaçant à des vitesses élevées dans des directions diverses. Leur vitesse, projetée le long de la ligne de vue, détermine, par l'effet Doppler, à quelle partie de la raie (le coeur ou l'une des deux ailes) ils contribuent. Si le nombre de nuages est faible, la contribution individuelle de chacun d'eux au profil total de la raie devrait pouvoir être observable. Dietrich et al. (1999) ont récemment essayé d'identifier la signature de nuages individuels dans le spectre à très haute résolution de 3C 273, montré dans la Fig. 4.2. Ils n'ont découvert aucune structure dans le profil des raies trahissant la présence de nuages distincts, ce qui suggère que le nombre de nuages est supérieur à 100 millions.

Un si grand nombre de nuages serait en contradiction avec la possibilité que les nuages soient en fait des atmosphères d'étoiles massives de l'amas stellaire central de la galaxie, qui sont gonflées par le fort rayonnement du noyau actif. Cette hypothèse, quant à la nature des nuages émettant les raies, a été étudiée en détail par Alexander & Netzer (1994, 1997). Le fait de mettre une étoile au centre des nuages a l'avantage de leur fournir un confinement gravitationnel[3] qui évite leur évaporation en quelques semaines seulement (Krolik 1999). Le problème du confinement de nuages distincts et le très grand nombre de ces nuages suggéré par les profils de raie extrêmement lisses, nous pousse à considérer des modèles où le gaz émettant les raies est réparti plus uniformément. Une possibilité est que les raies soient émises par de la matière soufflée du disque d'accrétion autour du trou noir (e.g. Dumont & Collin-Souffrin 1990 ; Cassidy & Raine 1996 ; Murray & Chiang 1997). Le gaz, en quittant le disque, se dissout rapidement, mais il est immédiatement remplacé par un flux de matière continu s'échappant du disque.

Si l'origine et la nature des nuages émettant les raies larges sont encore très controversées, il est généralement admis que le gaz est photo-ionisé (cf. Sect. 4.1) par la forte émission ultraviolette des noyaux actifs. Cette hypothèse repose sur le fait que les variations d'intensité

[2] La largeur d'une raie se mesure généralement à mi-hauteur (FWHM pour *Full Width at Half Maximum*) et s'exprime par la vitesse du gaz associé au décalage en longueur d'onde $\Delta\lambda$ via l'effet Doppler (cf. Sect. A.2). La composante large de la raie indique des vitesses de l'ordre de 1500 à $10\,000\,\mathrm{km\,s^{-1}}$, alors que la composante étroite correspond à des vitesses de 200 à $1000\,\mathrm{km\,s^{-1}}$. Ces deux composantes seraient émises dans des régions d'émission distinctes (cf. Sect. 1.1.2). Les considérations de ce chapitre ne s'appliquent pas à la région démission des raies étroites située probablement à une distance de 100 à 1000 pc du noyau actif central et ayant des propriétés différentes de celles décrites ici.

[3] La masse de chaque nuage ne serait que de 10^{-7} à $10^{-8}\,\mathrm{M_\odot}$ (Peterson 1997), ce qui est insuffisant à leur auto-gravitation. Cette faible masse des nuages suggère que la masse totale de la matière émettant les raies larges serait inférieure à $10\,\mathrm{M_\odot}$ pour 10^8 nuages.

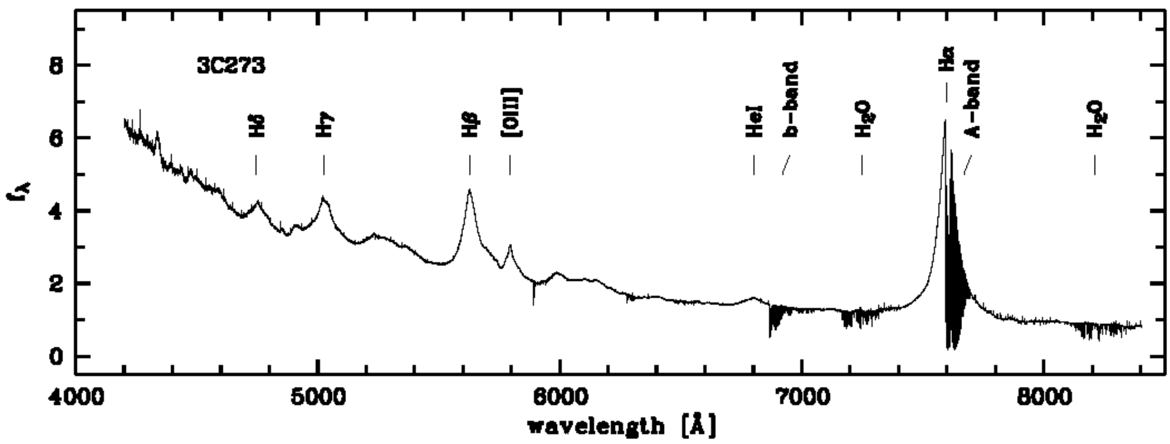


FIG. 4.2 – *Le spectre optique de 3C 273 à très haute résolution ($\Delta v \approx 10\,km\ s^{-1}$) présentant de fortes raies larges en émission. La densité de flux f_λ est exprimée en 10^{-14} erg s^{-1} cm^{-2} $Å^{-1}$. Les bandes d'absorption dans l'aile rouge de la raie Hα sont dues à de l'absorption d'oxygène atmosphérique.* TIRÉ DE: *Dietrich et al. (1999).*

de certaines raies dans les galaxies de Seyfert 1 suivent clairement celles du continu avec un retard de quelques jours seulement. Ce retard est une mesure de la distance de la source ionisante à laquelle les raies sont émises et indique une taille de la région d'émission des raies larges de quelques jours-lumière, pour les galaxies de Seyfert 1, à quelques mois-lumière pour les quasars (cf. Sect. 4.4).

Le fait que l'intensité des raies puisse répondre aux variations du continu suggère que les nuages sont optiquement épais, car s'ils étaient optiquement minces, l'émission des raies serait saturée et resterait constante (cf. Shields et al. 1995). Pour de tels nuages, la fraction du continu ionisant, qui est absorbée par les nuages, est simplement donnée par la fraction du ciel $f = \Omega/4\pi$ vue depuis la source centrale, qui est recouverte par des nuages. La grandeur f est appelée le «facteur de couverture» (*covering factor* en anglais) et vaut probablement $f \approx 0.1$ (Peterson 1997), voire moins (Murray & Chiang 1997). Pour exprimer la fraction du volume de la région d'émission des raies larges effectivement occupée par des nuages, on se réfère au «facteur de remplissage» (*filling factor* en anglais), qui est typiquement de l'ordre de 10^{-6} à 10^{-7} (Peterson 1997).

Le degré d'ionisation dans lequel se trouve généralement un élément donné (par exemple C^{+3} pour le carbone) dépend du rapport du flux de photons ionisant sur la densité numérique du gaz. En principe, ce rapport est différent pour chaque élément chimique et pour différentes régions à la surface ou dans le nuage. En pratique, cependant, il est suffisant de définir ce rapport pour l'hydrogène à la surface illuminée du nuage pour bien caractériser le degré d'ionisation général de la région d'émission des raies. Cette grandeur s'exprime par un paramètre sans unités appelé le *paramètre d'ionisation U* défini par

$$U = \frac{1}{c}\,\frac{\text{flux de photons ionisant}}{\text{densité numérique du gaz}} = \frac{Q(\mathrm{H})}{4\pi r^2\, c\, n_{\mathrm{H}}} \qquad \text{avec} \quad Q(\mathrm{H}) = \int_{\nu_1}^{\infty} \frac{L_\nu}{h\nu}\, d\nu\,, \tag{4.1}$$

où la vitesse de la lumière c est introduite pour que U soit sans unités ; r est la distance entre la source ionisante et le nuage, n_{H} est la densité numérique des atomes d'hydrogène et $Q(\mathrm{H})$ est le nombre de photons ionisant par seconde qu' émet la source centrale. $Q(\mathrm{H})$ est donné par l'intégrale sur toutes les fréquences $\nu \geq \nu_1 = 13.6\,\mathrm{eV}/h$ du rapport de la luminosité spécifique L_ν [erg s^{-1} Hz^{-1}] de la source sur l'énergie $E = h\nu$ des photons pouvant ioniser l'hydrogène.

Les raies dites de *haute ionisation* sont des raies émises dans des régions ayant un grand paramètre d'ionisation U, c'est-à-dire les zones sur la face éclairée du nuage où la fraction d'hydrogène ionisé H^+/H^0 est proche de 1. Les régions plus internes des nuages, généralement optiquement épaisses à la discontinuité de Lyman à $\lambda = 912$ Å, sont partiellement ionisées ($H^+/H^0 \approx 0.1$) par du rayonnement ultraviolet extrême, voire X. A cause de la forte profondeur optique de ces régions internes, les photons Lyα y sont piégés, d'où résulte une grande population d'atomes d'hydrogène excités dans le niveau $n = 2$ (cf. Fig. 4.1). L'excitation par collision de ces atomes vers des niveaux $n > 2$ engendre une émission importante de raies de Balmer. D'autres raies de basses ionisation telle la raie Mg II λ2798 et les milliers de raies du pseudo-continu[4] du Fe II sont également produites dans ces régions faiblement ionisées des nuages et peuvent s'en échapper grâce au fait que les nuages sont optiquement minces pour ces photons de plus basse fréquence.

4.3 L'effet Baldwin

La *largeur équivalente* W_{λ_0} [Å] (*equivalent width* en anglais) d'une raie à la longueur d'onde λ_0 est définie par

$$W_{\lambda_0} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{F_\lambda - F_{\lambda,\mathrm{cont}}}{F_{\lambda,\mathrm{cont}}}\, d\lambda \simeq \frac{F_{\mathrm{line}}}{F_{\lambda_0,\mathrm{cont}}}\,, \tag{4.2}$$

où $F_{\lambda,\mathrm{cont}}$ [erg s^{-1} cm^{-2} Å^{-1}] est la densité de flux du spectre du continu extrapolé sous la raie et F_{line} [erg s^{-1} cm^{-2}] est le flux de la raie intégrée sur toute son extension entre λ_1 et λ_2. Elle représente la largeur [Å] sur laquelle il faudrait intégrer la densité de flux du continu [erg s^{-1} cm^{-2} Å^{-1}] pour obtenir le même flux d'énergie [erg s^{-1} cm^{-2}] que dans la raie d'émission, et sert à exprimer l'importance du flux de la raie par rapport au continu sous-jacent.

Les spectres ultraviolet et visible des noyaux actifs présentant des raies larges sont globalement assez semblables, malgré la grande différence en luminosité entre de faibles galaxies de Seyfert 1 et des quasars très lumineux. Cette ressemblance implique que la luminosité des raies est corrélée à celle du continu ou, en d'autres termes, que les largeurs équivalentes des raies ne dépendent pas de la luminosité de l'objet. Si cette indépendance est bien vérifiée pour les raies visibles Hα et Hβ de l'hydrogène, la largeur équivalente de certaines raies ultraviolettes tend cependant à diminuer avec la luminosité de l'objet. C'est Baldwin (1977), qui fut le premier à mettre en évidence cette anti-corrélation avec des observations de la raie ultraviolette C IV λ1549. Cette anti-corrélation appelée «effet Baldwin» est en fait une manifestation de la non-linéarité de la relation entre la luminosité de la raie et celle du continu sous-jacent pour un ensemble d'objets. En effet, si la relation log–log entre la luminosité de la raie C IV λ1549 et celle du continu, à une longueur d'onde proche de 1549 Å a une pente γ (< 1), on obtiendra une relation de pente $\beta = \gamma - 1$ (< 0) en remplaçant l'ordonnée par le

[4] L'atome de fer ionisé Fe^+ a une configuration en niveaux d'énergie extrêmement compliquée, qui donne lieu à des milliers de transitions possibles produisant un ensemble quasi-continu de raies s'étendant entre 2200 Å et 5350 Å, comme illustré dans la Fig. 15 de Netzer (1990).

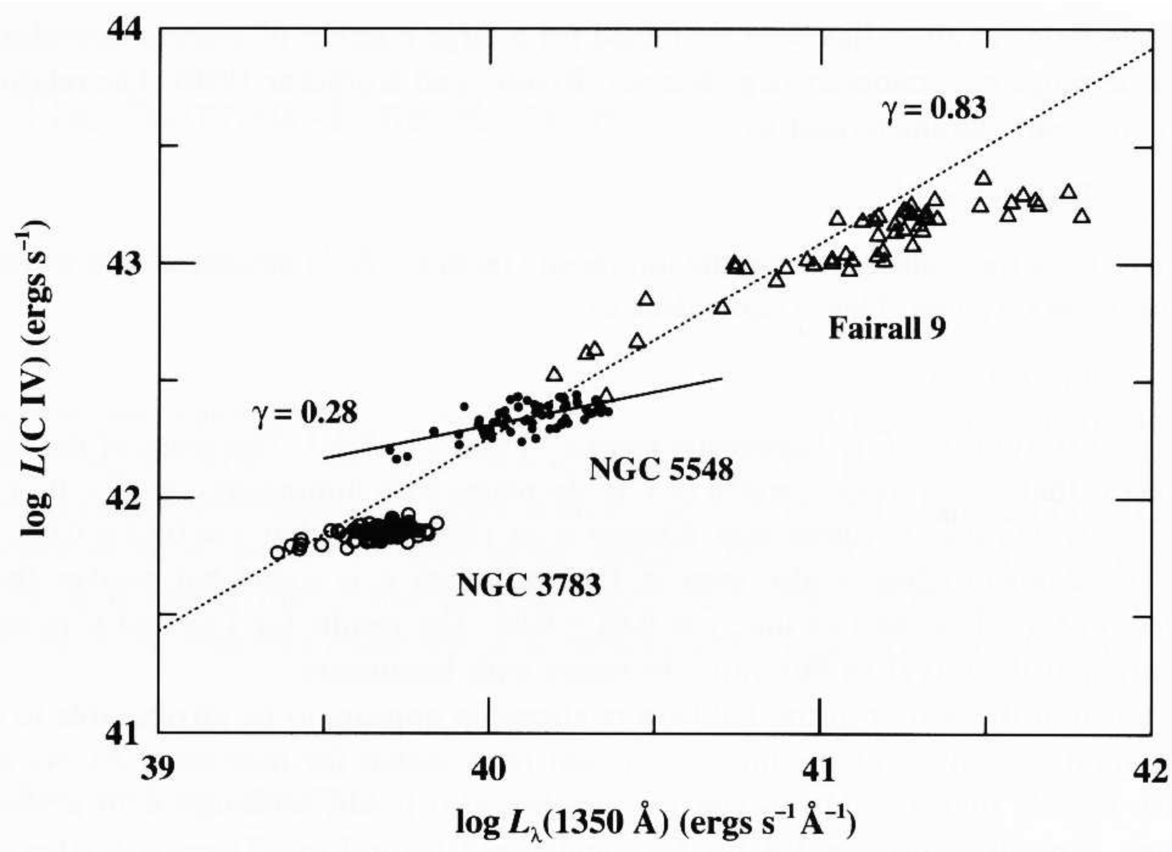


FIG. 4.3 – *Illustration de l'effet Baldwin pour la raie ultraviolette* C IV $\lambda 1549$ *de trois galaxies de type Seyfert 1. Le logarithme de la luminosité intégrée de la raie d'émission est représenté en fonction du logarithme de la luminosité du continu mesuré dans un intervalle de longueur d'onde centré sur* $\lambda = 1350\,\AA$*. Les points représentés par un même symbole montrent les variations propres à chaque source. Le fait que la corrélation entre la luminosité de la raie et celle du continu soit non-linéaire* $(\gamma < 1)$ *est appelé l'effet Baldwin. L'effet Baldwin intrinsèque, qui concerne les variations temporelles au sein d'un même objet, a une pente* γ *plus faible que l'effet Baldwin global, qui concerne les variations d'un objet à l'autre.* TIRÉ DE: *Peterson (1997).*

logarithme de la largeur équivalente de la raie (Peterson 1997), selon

$$L_{\mathrm{line}} \propto L_{\lambda_0,\mathrm{cont}}^{\gamma} \quad \Longleftrightarrow \quad W_{\lambda_0} \simeq \frac{L_{\mathrm{line}}}{L_{\lambda_0,\mathrm{cont}}} \propto L_{\lambda_0,\mathrm{cont}}^{\gamma-1}\,. \tag{4.3}$$

La relation $F_{\mathrm{line}}(t) \propto F_{\lambda_0,\mathrm{cont}}^{\gamma}(t)$ entre les variations temporelles de la raie et celles du continu au sein d'un même objet est également non-linéaire avec un indice γ encore plus petit, comme illustré dans la Fig. 4.3. Cette caractéristique est souvent appelée l'*effet Baldwin intrinsèque*, par analogie avec la relation globale d'un objet à l'autre. Une bonne partie de la dispersion de la relation globale est due à cet effet de variabilité intrinsèque (Kinney et al. 1990) ayant lui-même une dispersion provenant principalement du retard τ (cf. Sect. 4.4) des variations de la raie par rapport à celles du continu (Pogge & Peterson 1992). L'effet Baldwin, aussi bien intrinsèque que global, est encore relativement mal compris et je réfère le lecteur à la récente revue d'Osmer & Shields (1999) pour une discussion critique des différentes hypothèses quant à l'origine de cette relation. Une complication, mais peut-être aussi une chance pour écarter certaines hypothèses est que l'effet Baldwin global semble dépendre du potentiel d'ionisation de l'ion émettant la raie, de sorte que les raies C IV $\lambda1549$, He II $\lambda1640$ et tout particulièrement O VI $\lambda1035$ présentent un effet Baldwin plus prononcé que les raies Lyα, Hα et Hβ de l'hydrogène (Espey & Andreadis 1999).

4.4 La réponse des raies aux variations du continu

La taille et la structure de la région d'émission des raies larges peuvent en principe être estimées en observant la réponse des raies aux variations du continu. La réponse de la raie est généralement retardée et étirée en temps à cause de la contribution différée de chaque nuage individuel. Le retard de la raie est essentiellement dû au fait que la distance parcourue par la lumière de la source de continu ionisant vers un des nuages puis de ce nuage vers l'observateur est plus long que le chemin direct de la source centrale vers l'observateur (cf. Fig. 4.5). En effet, le temps de recombinaison d'un atome photo-ionisé par le continu est très court[5], de sorte que l'émission d'un photon d'une raie de recombinaison suit quasi-instantanément l'ionisation de l'atome. Ainsi, la réponse des raies émises par des nuages situés le long de la ligne de vue de la source centrale vers l'observateur sera quasi-simultanée avec les variations du continu, alors que la réponse des autres nuages sera plus ou moins retardée suivant leur position. Les nuages répondant aux variations du continu avec un même retard τ sont alignés le long d'un paraboloïde de révolution, ayant comme axe la ligne de vue de l'observateur à la source ionisante, comme illustré dans la Fig. 4.5.

Le flux total d'une raie s'obtient en additionnant les contributions de tous les nuages, alignés le long des différents paraboloïdes. Le flux total est, par conséquent, composé de contributions provenant de nuages répondant aux variations du continu avec des retards τ différents. Mathématiquement, l'évolution temporelle du flux d'une raie $L(t)$ s'exprime comme la convolution du flux du continu $C(t-\tau)$ – observé au temps $t-\tau$ antérieur – avec la *fonction de transfert* $\Psi(\tau)$, qui caractérise la distribution spatiale des nuages, selon

$$L(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(\tau)\, C(t-\tau)\, d\tau\,. \tag{4.4}$$

Cette intégrale s'appelle l'*équation de transfert* et sa résolution permettrait en principe de déduire la fonction de transfert $\Psi(\tau)$ à partir des courbes de lumière $L(t)$ et $C(t)$ de la raie et du continu. Pour un flash unique du continu ionisant en $t = 0$ et de durée nulle, $C(t)$ serait une fonction δ de Dirac et $\Psi(\tau)$ serait équivalent à la courbe de lumière $L(t)$ de la raie. En pratique, les variations du continu sont complexes et il s'est avéré très difficile de déconvoluer correctement le flux de la raie pour obtenir la fonction de transfert $\Psi(\tau)$. Peterson (1993) a écrit un article de revue concernant cette technique, appelée, en anglais, *reverberation mapping* , qui permet d'étudier la géométrie de la région d'émission des raies larges.

Dans la plupart des cas, les campagnes de spectroscopie intensive entreprises, dès la fin des années 80, afin d'obtenir, pour quelques noyaux actifs, des courbes de lumière régulièrement échantillonnées une à deux fois par semaine pendant plusieurs mois, ont seulement permis de définir, pour plusieurs raies, un retard typique τ de leur réponse aux variations du continu. Ce retard typique τ correspond au maximum de la corrélation (cf. Sect. 3.3) entre les courbes de

[5]Le temps de recombinaison est inversement proportionnel à la densité des électrons n_e et vaut environ 40 sec pour l'hydrogène avec une valeur typique de $n_\mathrm{e} = 10^{11}\ \mathrm{cm^{-3}}$ (Peterson 1997).

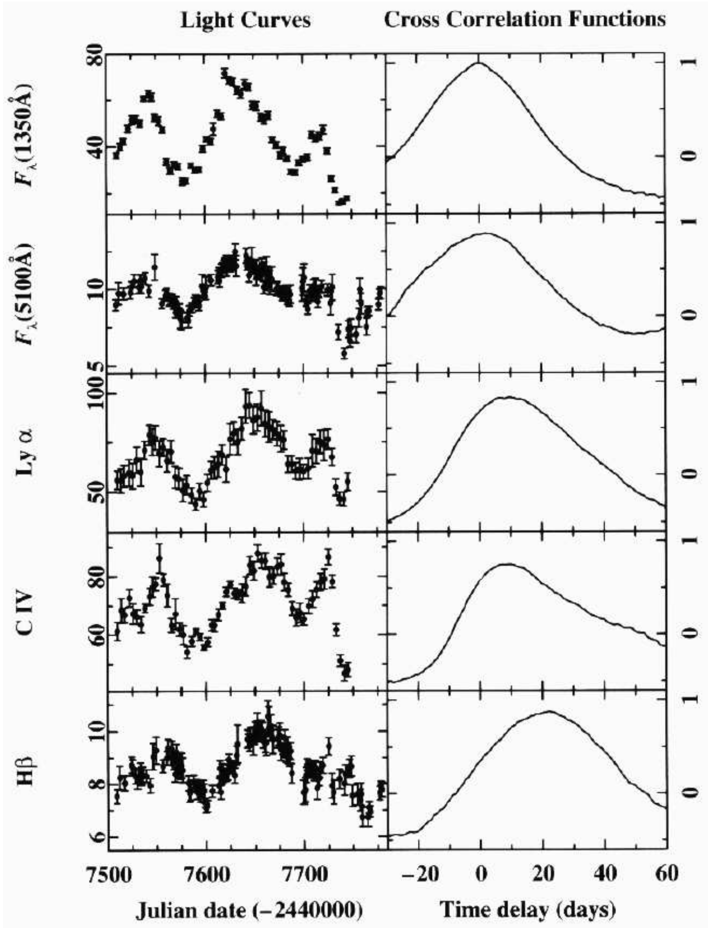


FIG. 4.4 – *Courbes de lumière et fonction de corrélation du continu et des raies de la galaxie de Seyfert 1 NGC 5548 obtenu durant la campagne de 1988–89. La colonne de gauche montre de haut en bas les courbes de lumière du continu ultraviolet à 1350 Å et optique à 5100 Åen 10^{-15} erg s^{-1} cm^{-2} $Å^{-1}$, suivi par celles des raies d'émission ultraviolettes Lyα et C IV λ1549 et la raie visible Hβ en 10^{-13} erg s^{-1} cm^{-2}. Pour chacune de ces courbes de lumière, la colonne de droite montre la fonction de corrélation de cette courbe de lumière avec celle du continu ultraviolet à 1350 Å, de sorte que la première fonction est en fait une auto-corrélation. Il apparaît clairement que les raies varient similairement au continu, mais avec un retard de quelques jours, comme mis en évidence par la fonction de corrélation.* TIRÉ DE: *Peterson (1997).*

lumière de la raie intégrée et du continu, comme illustré pour la galaxie de Seyfert 1 NGC 5548 dans la Fig. 4.4. Multiplié par la vitesse de la lumière c, le retard τ est une mesure de la taille $r = c\,\tau$ de la région d'émission de la raie considérée, qui, pour une région à symétrie sphérique, correspond effectivement assez bien à son rayon extérieur (cf. Sect. 4.5).

Deux résultats importants découlent de l'effort observationnel de cette dernière décennie dans le domaine de la spectro-photométrie ultraviolette et/ou optique des galaxies de Seyfert 1. Le premier résultat est que le retard τ de la réponse aux variations du continu est différent d'une raie à l'autre au sein d'un même objet et que ce sont les raies de haute ionisation, comme par exemple N V λ1240, He II λ1640 ou encore C IV λ1549, qui répondent le plus vite au continu, alors que Hβ et C III] λ1909 répondent avec un retard plus long (cf. Fig. 4.4 et par exemple Clavel et al. 1991). Cette propriété suggère que la région d'émission des raies autour de la source centrale a une structure d'ionisation radialement stratifiée, où les régions internes ont le plus grand paramètre d'ionisation U (cf. Sect. 4.2). Ce résultat complique les modèles de photo-ionisation qui considéraient, auparavant, que les conditions d'ionisation étaient les mêmes pour tous les nuages. Actuellement, on considère que les nuages les plus proches de la source du continu sont fortement ionisés et pourraient même être entièrement ionisés, c'est-à-dire optiquement minces au continu de Lyman (cf. Shields et al. 1995), alors que les nuages situés plus loin de la source centrale ont une plus grande zone partiellement ionisée d'où sont émises les raies de Balmer et d'autres raies de basse ionisation (cf. Sect. 4.2).

L'autre résultat intéressant est que la taille r de la région d'émission des raies des noyaux actifs augmente avec la luminosité L de l'objet. Ce résultat, qui est basé sur le retard τ des raies de Balmer et en particulier d'Hβ, est illustré par la Fig. 4 de Kaspi et al. (1996). La relation observée entre la taille de la région $r = c\,\tau$ et la luminosité L du noyau actif est en accord avec une augmentation linéaire de r avec la racine carrée de L, selon $r \propto L^{1/2}$. Une telle relation est attendue à partir de l'Eq. (4.1), en émettant l'hypothèse que la forme spectrale du continu ionisant est indépendante de la luminosité L de l'objet et que tous les noyaux actifs ont une région d'émission des raies caractérisée par le même paramètre d'ionisation U et la même densité du gaz n_{H}. Une manifestation de cette similarité entre noyaux actifs de luminosités différentes est la ressemblance générale des spectres évoquée au début de la Sect. 4.3.

4.5 Les variations du profil des raies

En partant du principe que les raies d'émission des noyaux actifs sont effectivement élargies par l'effet Doppler, comme évoqué dans la Sect. 4.2, le profil des raies contient de l'information concernant le champ de vitesse global de la matière qui les émet. Dans le cas d'un champ de vitesse radial, la matière peut être en chute vers le centre (*infall* en anglais) ou, au contraire, soufflée par les régions internes (*outflow*). Alternativement, les nuages émettant les raies peuvent être en mouvement orbital autour de la masse centrale, soit sous une forme organisée en un disque ou un tore, soit de manière aléatoire.

Rosenblatt et al. (1994) introduisent leur travail par une discussion qualitative des variations possibles du profil des raies pour les différents champs de vitesse présentés ci-dessus. Je vais reprendre et quelque peu étendre cette discussion ici, en me basant sur la Fig. 4.5, qui illustre la problématique des variations du profil des raies. J'ai choisi de considérer une région d'émission des raies à symétrie sphérique autour d'une source variable de rayonnement ionisant. Pour qu'il puisse y avoir des variations significatives du profil des raies, il faut que le temps caractéristique des variations t_{var} du continu ionisant soit du même ordre de grandeur que le temps r_{out}/c nécessaire à la lumière pour atteindre le bord de la région d'émission des raies. En effet, si $t_{\mathrm{var}} \ll r_{\mathrm{out}}/c$, le profil de la raie sera que très peu variable, car la trop grande région d'émission va fortement diluer les variations rapides du continu, alors que si $t_{\mathrm{var}} \gg r_{\mathrm{out}}/c$, toutes les parties de la raie répondront quasi-simultanément aux variations du continu, de sorte que la raie variera en intensité, mais non en forme.

Pour faciliter la discussion, j'ai divisé la région d'émission des raies de la Fig. 4.5 en trois zones distinctes (**a**, **b** et **c**), en fonction de leur éloignement par rapport à l'observateur. La zone proche (**a**) répond immédiatement aux variations du continu et cette réponse cesse au

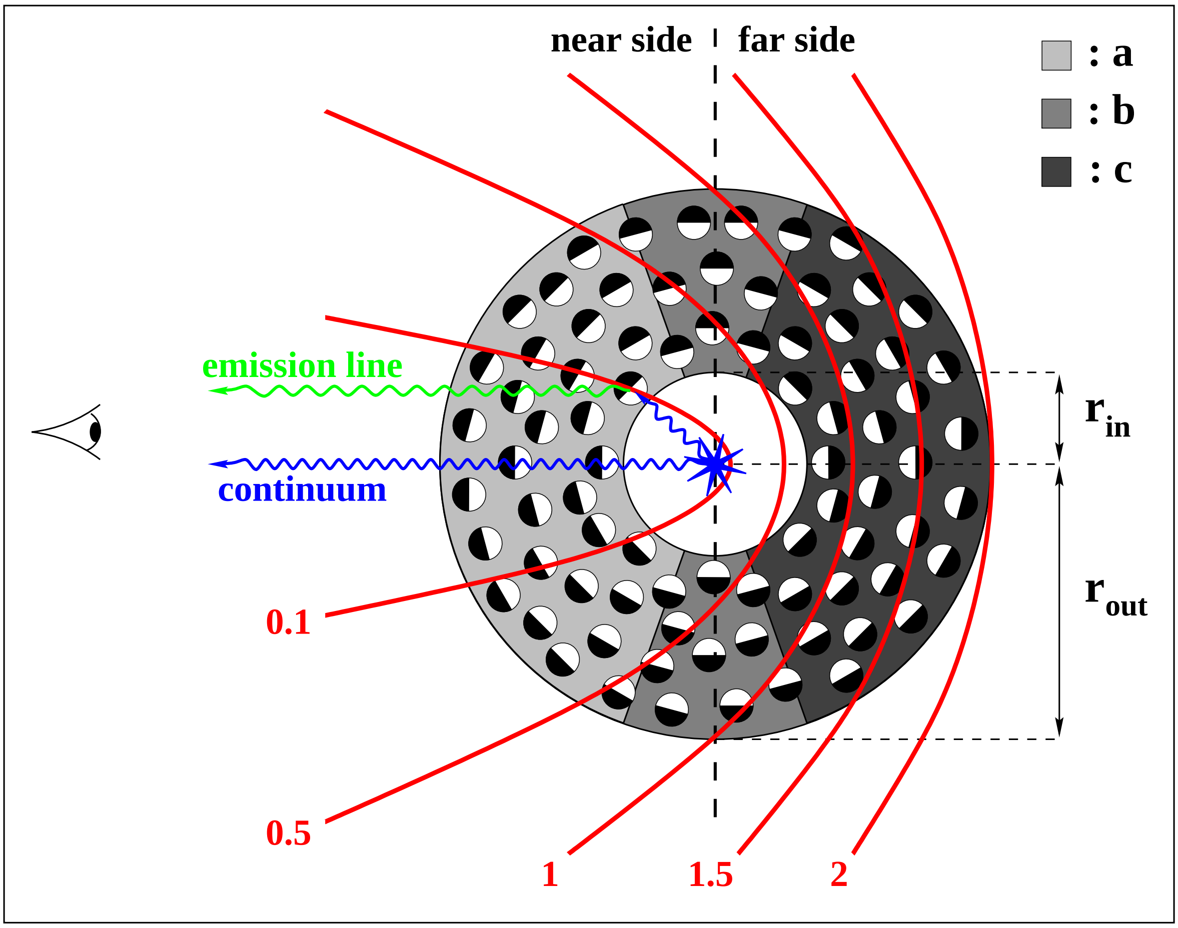


FIG. 4.5 – *Coupe schématique d'une région d'émission des raies larges en forme de coquille épaisse de rayon intérieur $r_{\rm in}$ et de rayon extérieur $r_{\rm out}$ autour d'une source centrale de rayonnement ionisant. Cette région est divisée en trois zones* **a**, **b** *et* **c** *de volumes égaux pour une géométrie axisymétrique où l'axe est la ligne de vue de l'observateur à la source centrale. Des paraboloïdes de révolution relient les nuages dont l'émission de la raie répond aux variations du continu ionisant avec le même retard τ, indiqué ici en unités de $r_{\rm out}/c$. Les nuages sont représentés comme des demi-lunes pour illustrer le fait que les raies sont émises de manière privilégiée sur la face éclairée des nuages.*

delà d'un délai de $\sim\ 0.5\,r_{\rm out}/c$. La zone **b** ne répond aux variations du continu qu'entre $\sim\ 0.25$ et $\sim\ 1.25\,r_{\rm out}/c$, alors que la réponse de la zone **c** s'étend entre $\sim\ 0.5$ et $2\,r_{\rm out}/c$. Cette simple constatation a plusieurs conséquences importantes. La réponse des raies aux variations du continu a un retard moyen et une durée totale qui augmentent de la zone **a** à la zone **c**. La plus longue durée de réponse des raies émises dans la zone lointaine **c** a pour effet de diminuer la variabilité de cette réponse en diluant en temps les variations rapides du continu.

Cet effet temporel, lié à la géométrie, n'affecte cependant pas les intensités des raies émises par les trois zones. Ces intensités seront égales, si la distribution des nuages autour de la source centrale est isotrope et s'il n'y a pas d'obscurcissement. Les nuages qui émettent les raies étant en grande partie optiquement épais au continu de Lyman (cf. Sect. 4.2), la raie Lyα sera émise de manière privilégiée de la face éclairée du nuage vers la source du continu ionisant. Selon

Tab. 4.1 – *Table récapitulative des propriétés des trois zones* **a**, **b** *et* **c** *de la région d'émission des raies larges illustrée dans la Fig. 4.5.*

		Zone **a**	Zone **b**	Zone **c**
Position par rapport à l'observateur		proche	moyenne	lointaine
Caractéristiques de la réponse de la raie aux variations du continu	Retard τ	court	moyen	long
	Durée	courte	moyenne	longue
	Variabilité	forte	moyenne	faible
Contribution à la raie en cas d'obscurcissement	interne aux nuages	faible	moyenne	forte
	externe aux nuages	forte	moyenne	faible
Partie de la raie émise pour un champ de vitesse	radial vers l'intérieur	aile rouge	coeur	aile bleue
	radial vers l'extérieur	aile bleue	coeur	aile rouge
	rotationnel (axe $\perp$ l.d.v.)	coeur	ailes	coeur
	rotationnel (axe $\parallel$ l.d.v.)	coeur	coeur	coeur
	chaotique	raie totale	raie totale	raie totale

Ferland et al. (1992), non seulement Lyα, mais également la plupart des autres raies, sont émises anisotropiquement dans la direction de la source d'ionisation, comme illustré par les nuages en demi-lune de la Fig. 4.5. Cet obscurcissement interne aux nuages a pour effet de diminuer la contribution à la raie émise par la zone **a** et d'augmenter celle émise par la zone **c**. L'effet inverse n'est cependant pas exclu dans le cas d'un obscurcissement externe aux nuages, qui pourrait être dû à de la poussière inter-nuages dans la région d'émission des raies et qui produirait cette fois-ci une atténuation plus forte de la contribution à la raie provenant de la zone éloignée **c**.

Les zones **a**, **b** et **c** ont également la propriété de correspondre à différentes parties de la raie pour un champ de vitesse simple. Dans le cas d'un champ de vitesse radial, le coeur de la raie sera principalement émis par la zone **b** et ses ailes par les zones **a** et **c**, où l'aile rouge et l'aile bleue correspondent respectivement à la zone **a** et **c** dans le cas d'une chute vers le centre et vice versa pour une éjection des nuages vers l'extérieur. Dans le cas d'une rotation de la région d'émission des raies autour d'un axe perpendiculaire à la ligne de vue, le coeur de la raie sera émis par les zones **a** et **c**, alors que les ailes de la raie seront émises dans la zone **b**. Pour une rotation autour d'un axe parallèle à la ligne de vue, les trois zones contribueront au coeur de la raie, qui sera donc étroite. Finalement, pour des nuages ayant des orbites orientées dans des directions aléatoires, le champ de vitesse à une certaine distance r de la masse centrale sera indépendant de la position (θ, ϕ) dans la région d'émission des raies et sera donc le même dans les trois zones **a**, **b** et **c**.

Les caractéristiques des trois zones présentées ci-dessus sont rassemblées dans la Table 4.1. Cette récapitulation montre que pour un champ de vitesse chaotique, la raie sera toujours symétrique avec des variations en intensité, mais pas en forme. La raie sera également symétrique pour un champ de vitesse en rotation, mais les ailes de la raie ne répondront pas simultanément à son coeur, ce qui implique des variations de la largeur de la raie. En fonction de la nature de l'obscurcissement, la zone dominante pour l'émission du coeur de la raie sera soit la zone **a**, soit la zone **c**, de sorte que la variabilité du coeur sera plus ou moins forte par rapport à celle des ailes. Finalement, un champ de vitesse radial doit produire des variations asymétriques du profil de la raie avec l'aile rouge variant rapidement et fortement dans le cas d'une chute vers le centre et l'aile bleue variant moins et avec un retard plus important par rapport au continu. Un tel comportement du profil de la raie a effectivement été observé pour la raie C IV λ1549 de NGC 5548 (Crenshaw & Blackwell 1990 ; Korista et al. 1995 ; Wanders et al. 1995 ; Done & Krolik 1996) et a été interprété par Done & Krolik (1996) comme étant la signature d'une composante radiale significative dans le champ de vitesse globalement rotationnel ou chaotique de cet objet. En cas d'obscurcissement interne ou externe aux nuages, un champ de vitesse radial doit également se caractériser par un profil asymétrique de la raie moyenne. De tels profils sont souvent observés dans les noyaux actifs, avec des asymétries pouvant être très prononcées pour certains objets (Peterson 1997).

La discussion ci-dessus ne doit être considérée que comme un point de départ dans l'interprétation des variations du profil des raies d'émission dans les noyaux actifs. La géométrie choisie a l'avantage d'être simple, mais elle n'est pas réaliste. Le problème vient surtout du fait que la source ionisante est considérée comme ponctuelle, alors que les modèles prévoient en général l'existence d'un disque d'accrétion s'étendant au travers de la région d'émission des raies, comme illustré dans la Fig. 1.4. La source du continu ionisant ne sera alors plus ponctuelle et le disque aura pour effet de masquer une partie des nuages émettant les raies. Le disque aura probablement aussi pour effet de produire un rayonnement anisotrope avec une émission plus importante dans deux cônes s'ouvrant de part et d'autre du disque. Goad & Wanders (1996), par exemple, ont étudié le profil des raies dans le cas d'un tel continu et avec la même géométrie que dans la Fig. 4.5 pour différentes orientations du disque par rapport à l'observateur.

Une autre complication est la possibilité d'avoir un jet qui peut émettre du rayonnement ionisant à une certaine distance du trou noir central et de manière privilégiée dans la direction de sa propagation. L'effet d'une telle source sur le profil des raies n'a, à ma connaissance, encore jamais été étudié. Finalement, en considérant que le plan d'une galaxie de Seyfert n'est pas forcément aligné avec le disque d'accrétion (cf. Clarke et al. 1998), il est possible que le tore de poussière (cf. Sect. 1.2.2) masque un côté de ce disque. Des raies émises à la surface de ce disque partiellement obscurcit pourraient alors apparaître asymétriques, bien qu'il n'y ait pas, dans ce cas, de mouvements radiaux.

Références

Alexander T., Netzer H., 1994, MNRAS 270, 781
Alexander T., Netzer H., 1997, MNRAS 284, 967
Baldwin J.A., 1977, ApJ 214, 679
Cassidy I., Raine D.J., 1996, A&A 310, 49
Clarke C.J., Kinney A.L., Pringle J.E., 1998, ApJ 495, 189
Clavel J., Reichert G.A., Alloin D., et al., 1991, ApJ 366, 64
Crenshaw D.M., Blackwell J.M., 1990, ApJ 358, L37
Dietrich M., Wagner S.J., Courvoisier T.J.-L., Bock H., North P., 1999, A&A 351, 31
Done C., Krolik J.H., 1996, ApJ 463, 144
Dumont A.M., Collin-Souffrin S., 1990, A&A 229, 313

Espey B.R., Andreadis S.J., 1999. In : Quasars and Cosmology, Ferland G., Baldwin J. (eds.), ASP Conf. Series, Vol. 162, p. 351

Ferland G.J., Peterson B.M., Horne K., Welsh W.F., Nahar S.N., 1992, ApJ 387, 95

Goad M., Wanders I., 1996, ApJ 469, 113

Kaspi S., Smith P.S., Maoz D., Netzer H., Jannuzi B.T., 1996, ApJ 471, L75

Kinney A.L., Rivolo A.R., Koratkar A.P., 1990, ApJ 357, 338

Korista K.T., Alloin D., Barr P., et al., 1995, ApJS 97, 285

Krolik J.H., 1999. Active galactic nuclei : from the central black hole to the galactic environment, Princeton Series in Astrophysics, Princeton University Press

Murray N., Chiang J., 1997, ApJ 474, 91

Netzer H., 1990. In : Active Galactic Nuclei, Courvoisier T.J.-L., Mayor M. (eds.), Saas-Fee Advanced Course No. 20, Springer-Verlag, p. 57

Osmer P.S., Shields J.C., 1999, A Review of Line and Continuum Correlations in AGNs. In : Quasars and Cosmology, Ferland G., Baldwin J. (eds.), ASP Conf. Series, Vol. 162, p. 235

Peterson B.M., 1993, PASP 105, 247

Peterson B.M., 1997. An introduction to active galactic nuclei, Cambridge University Press

Pogge R.W., Peterson B.M., 1992, AJ 103, 1084

Robson I., 1996. Active Galactic Nuclei, Wiley-Praxis Series in Astronomy and Astrophysics, John Wiley & Sons Ltd

Rosenblatt E.I., Malkan M.A., Sargent W.L.W., Readhead A.C.S., 1994, ApJS 93, 73

Shields J.C., Ferland G.J., Peterson B.M., 1995, ApJ 441, 507

Wanders I., Goad M.R., Korista K.T., et al., 1995, ApJ 453, L87

Chapitre 5

L'analyse en composantes principales

Une manière originale d'étudier les variations du profil des raies, en fonction des variations du continu, est d'utiliser la méthode appelée, en anglais, *principal component analysis* (PCA), dont la traduction littérale est «analyse en composantes principales». Cette méthode statistique est décrite au chapitre 2 de Kendall (1980) ou au chapitre 43 de Kendall & Stuart (1976) et fait l'objet d'un ouvrage entier chez Jolliffe (1986).

L'idée d'appliquer l'analyse en composantes principales à l'étude des variations du profil des raies m'a été proposée par Stéphane Paltani durant mon travail de diplôme. Si, grâce à son expérience, il m'a été facile d'appliquer cet outil mathématique aux spectres ultraviolets, il m'a, en revanche, fallu beaucoup plus de temps pour en dégager les résultats essentiels, les comprendre et les interpréter correctement. Je vais essayer ici de transmettre le fruit de cette réflexion pour permettre au lecteur d'aborder plus facilement cette puissante méthode statistique encore peu exploitée en astronomie (cf. Francis & Wills (1999) pour quelques exemples d'applications de cette analyse à l'étude des noyaux actifs). Ainsi, avant de passer, dans la Sect. 5.2, au formalisme mathématique utilisé pour analyser une série de spectres, je commence ce chapitre par une description plus intuitive du principe de la méthode en me servant d'un exemple météorologique. La Sect. 5.3 termine ce chapitre en donnant une interprétation physique au formalisme de la Sect. 5.2. Elle introduit également ma première publication, présentée dans le Chapitre 6, en décrivant comment l'analyse en composantes principales peut être appliquée à l'étude des variations des raies d' émission des noyaux actifs de galaxie.

5.1 Le principe de la méthode

Pour décrire un système complexe qui varie, soit au cours du temps, soit en fonction du lieu soit d'un objet à un autre, on commencera par mesurer un maximum de grandeurs qui le caractérisent. A la bourse, ces grandeurs seront par exemple la valeur des actions et des devises évoluant au cours du temps. En météorologie, elles pourraient être les températures, les pressions et les vitesses des vents en divers lieux. En astronomie, elles seront, par exemple, les intensités et les largeurs de plusieurs raies mesurées pour diverses étoiles ayant des masses, des luminosités et des indices de couleur différents. L'étude de tels ensembles d'observations n'est pas facile est c'est à ce moment que la méthode de l'analyse en composantes principales peut être utile. Elle consiste à rechercher un mode de variation privilégié au sein des variations complexes de l'ensemble des grandeurs mesurées. Ce mode de variation principal est en fait une nouvelle grandeur, qui est une combinaison linéaire des autres et qui décrit le lien existant entre les variations des grandeurs initiales.

Prenons un exemple simple : le temps à Genève en automne. Admettons que nous avons fait des mesures de température T, d'humidité de l'air h et de vitesse v du vent dans la direction sud-ouest vers nord-est tous les jours du mois de novembre. Nous pouvons représenter ces 30 séries d'observations journalières par 30 points dans un espace à trois dimensions avec un des axes correspondant à la température T, un autre à l'humidité h et le troisième à la vitesse v du vent. La distribution de ces points, dans notre espace, aura une direction dans laquelle son extension est maximale. Cette direction privilégiée peut être exprimée comme une combinaison linéaire des trois directions initiales de notre espace, selon

$$\hat{\mathbf{e}}_1 = T_1\,\mathbf{e}_1 + h_1\,\mathbf{e}_2 + v_1\,\mathbf{e}_3\,,$$

où les trois vecteurs unitaires $\mathbf{e}_i$ $(i = 1, 2, 3)$ forment une base orthonormée[1] $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ de notre espace (T, h, v) et les facteurs T_1, h_1 et v_1 ont des valeurs telles que le vecteur résultant $\hat{\mathbf{e}}_1$ soit aussi unitaire.[2] Cette direction d'extension maximale des points correspond au mode principal de variation de nos trois grandeurs mesurées en novembre. Dans notre exemple, les trois facteurs T_1, h_1 et v_1 seront probablement tous de même signe (positif ou négatif)[3], ce qui indique qu'un fort vent de nord-est (la bise) est habituellement associé à une baisse de température et à une faible humidité ou inversement qu'un fort vent de sud-ouest est positivement corrélé avec la température et l'humidité de l'air. Cette composante principale ne décrit pas toutes les variations possibles de ces trois grandeurs, mais décrit correctement la tendance générale ou, autrement dit, le mode de variation principal du temps à Genève en novembre.

Une fois cette composante principale trouvée, nous pouvons projeter le nuage, formé des 30 points de notre espace, dans un plan perpendiculaire à la direction de son élongation maximale. Dans ce plan, la distribution des 30 points aura à nouveau une direction dans laquelle son extension est maximale. Cette direction peut à nouveau être définie comme une combinaison linéaire des trois axes initiaux de notre espace, selon

$$\hat{\mathbf{e}}_2 = T_2\,\mathbf{e}_1 + h_2\,\mathbf{e}_2 + v_2\,\mathbf{e}_3\,,$$

où $\hat{\mathbf{e}}_2$ correspond à la deuxième composante des variations du temps durant le mois de novembre. Si, par exemple, T_2 et h_2 sont de signe opposé et v_2 est quasi-nul, cela indiquerait un mode de variation du temps décrivant des journées chaudes et sèches ou froides et humides,

[1]Une base orthonormée est une base dont tous les vecteurs sont orthogonaux et unitaires, c'est-à-dire de norme 1.

[2]Dans cet exemple, les trois grandeurs ont des unités différentes, dont le choix influence la distribution des points dans l'espace (T, h, v) et en particulier sa direction d'extension maximale. Il faut donc garder à l'esprit que les rapports entre les valeurs T_1, h_1 et v_1 dépendent des unités choisies. Une manière de faire, pour donner une importance égale aux trois variables T, h et v, est de diviser les 30 observations de température, d'humidité et de vitesse du vent par leur variance σ^2 respective. Ceci correspond, en fait, à utiliser, à la place de la *matrice de covariance* $\mathcal{C}$ de l'Eq. (5.2), la *matrice des coefficients de corrélation* $\mathcal{G}$, dont les éléments g_i^j sont normalisés selon $g_i^j = \mathrm{cov}(f_i, f_j)/\sqrt{\sigma_i^2\,\sigma_j^2}$. Une telle renormalisation n'est généralement pas souhaitée, car elle altère les observations originales en leur ôtant de l'information. Elle peut cependant être appropriée dans certains cas particuliers (cf. Kendall 1980).

[3]La composante principale indique une direction dans un espace et sa normalisation et son signe sont donc indéterminés, car tout multiple $\alpha\,\hat{\mathbf{e}}_1$ $(\alpha \neq 0)$ du vecteur unitaire $\hat{\mathbf{e}}_1$ défini une seule et même direction.

indépendamment de la vitesse du vent. Finalement, une troisième et dernière composante $\hat{\mathbf{e}}_3$ peut être définie comme correspondant à la direction perpendiculaire aux deux directions définies par les deux premières composantes $\hat{\mathbf{e}}_1$ et $\hat{\mathbf{e}}_2$. Ces trois vecteurs unitaires forment une nouvelle base orthonormée $\{\hat{\mathbf{e}}_1, \hat{\mathbf{e}}_2, \hat{\mathbf{e}}_3\}$ de notre espace (T, h, v), qui a la particularité d'être alignée le long des axes principaux de notre nuage de points caractérisant le temps en novembre.[4] Un tel changement de base s'effectue mathématiquement par la diagonalisation de la *matrice de covariance* (cf. Sect. 5.2) de dimension 3×3, qui décrit comment les variations de chacune des trois grandeurs mesurées sont corrélées entre elles.

Le principe de l'analyse en composantes principales, que j'ai essayé de décrire simplement ci-dessus avec un exemple météorologique avec seulement $n = 3$ variables, se généralise facilement pour un ensemble de $n > 3$ variables. Le formalisme mathématique reste le même avec, comme élément clef, la matrice de covariance, qui sera de dimension $n \times n$. Seule la représentation géométrique des points de mesure, dans un espace à $n > 3$ dimensions, sera plus difficile à imaginer...

5.2 Le formalisme mathématique

Pour décrire pas par pas le formalisme mathématique de l'analyse en composantes principales, je vais directement prendre, comme exemple, le cas particulier de l'étude des variations spectrales d'un objet astrophysique au cours du temps.[5]

Considérons que nous avons m spectres d'un même objet observé à différentes époques et que chacun de ces spectres est constitué de n mesures de flux $f(\lambda_i)$ dans n intervalles spectraux centrés aux longueurs d'onde λ_i $(i = 1, \ldots, n)$. La première étape consiste à construire la **matrice des flux** $\mathcal{F}$ $(m \times n)$ en rangeant les m spectres dans les lignes de la matrice, selon

$$\mathcal{F} = \begin{pmatrix} f_1^1 & f_2^1 & \cdots & f_n^1 \\ f_1^2 & f_2^2 & \cdots & f_n^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_1^m & f_2^m & \cdots & f_n^m \end{pmatrix}, \tag{5.1}$$

où $f_i^k \equiv f^k(\lambda_i)$ est le flux de l'observation k $(k = 1, \ldots, m)$ à la longueur d'onde λ_i. Les lignes de cette matrice sont des spectres à m différentes époques, et ses colonnes contiennent les n courbes de lumière aux différentes longueurs d'onde λ_i.

A cette représentation matricielle correspond une représentation géométrique dans un espace Euclidien à n dimensions ayant comme base orthonormée l'ensemble $\{\mathbf{e}_i\}$ des n vecteurs unitaires $\mathbf{e}_i$ $(i = 1, \ldots, n)$ tous orthogonaux entre eux. Chacun des m spectres peut être représenté par un point dans cet espace en portant – pour chaque élément i du spectre – la valeur du flux $f_i \equiv f(\lambda_i)$ à la longueur d'onde λ_i sur l'axe défini par le vecteur unitaire $\mathbf{e}_i$. La figure 5.1 illustre cette représentation géométrique dans le cas simple de $m = 30$ observations dans $n = 2$ intervalles de longueur d'onde.

Les liens existant entre les variations de flux f_i aux diverses longueurs d'onde λ_i sont exprimés par la **matrice de covariance** $\mathcal{C}$ de $\mathcal{F}$ de dimension $(n \times n)$ définie de la manière

[4] En astronomie extra-galactique, on connaît bien le nuage d'étoiles formant une galaxie elliptique tri-axiale. Dans le cadre de cette analogie, le grand-axe de la galaxie correspondrait à la direction définie par la composante principale, l'axe intermédiaire à celle de la seconde composante et le petit-axe à celle de la troisième et dernière composante.

[5] Le cas de l'étude des variations spectrales d'un objet à un autre est évidemment tout à fait similaire.

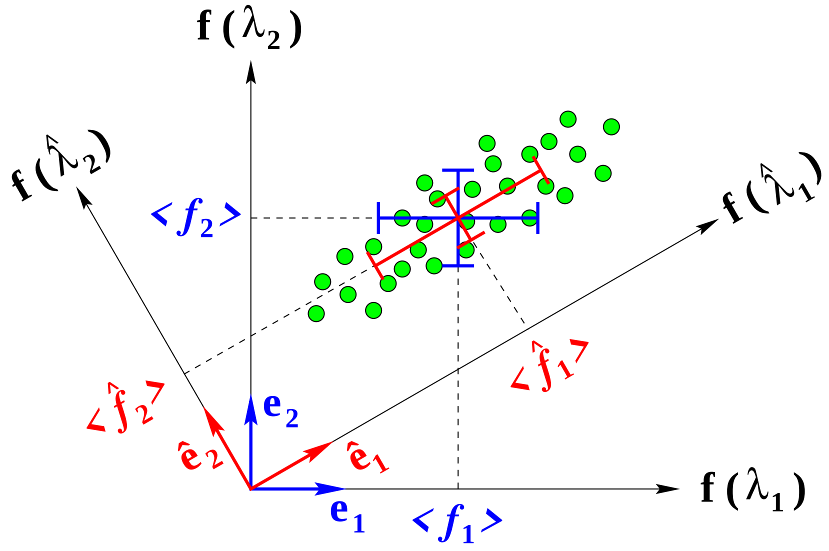


Fig. 5.1 – *Représentation géométrique du principe de l'analyse en composantes principales dans le cas simple d'un espace à seulement deux dimensions correspondant aux flux $f(\lambda_1)$ et $f(\lambda_2)$ dans $n = 2$ intervalles de longueur d'onde centrés en λ_1 et λ_2. Les points représentent les mesures de flux $(f_1^k; f_2^k)$ en λ_1 et λ_2 à 30 différentes époques k. Les barres d'erreur horizontales et verticales, centrées sur la moyenne $(\langle f_1 \rangle; \langle f_2 \rangle)$ de ces observations, représentent respectivement les dispersions de flux σ_1 et σ_2. L'analyse en composantes principales a pour but de transformer la base orthonormée $\{\mathbf{e}_1; \mathbf{e}_2\}$ du plan en une nouvelle base $\{\hat{\mathbf{e}}_1; \hat{\mathbf{e}}_2\}$ orientée le long de la direction de plus grande dispersion $\hat{\sigma}_1$ des observations.*

suivante :

$$\mathcal{C} = \mathrm{cov}(\mathcal{F}) = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \mathrm{cov}(f_1, f_2) & \cdots & \mathrm{cov}(f_1, f_n) \\ \mathrm{cov}(f_2, f_1) & \sigma_2^2 & \cdots & \mathrm{cov}(f_2, f_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathrm{cov}(f_n, f_1) & \mathrm{cov}(f_n, f_2) & \cdots & \sigma_n^2 \end{pmatrix}, \tag{5.2}$$

où la covariance $\mathrm{cov}(f_i, f_j)$ des flux f_i et f_j aux longueurs d'onde λ_i et λ_j est définie par

$$\mathrm{cov}(f_i, f_j) \equiv \frac{1}{m} \sum_{k=1}^{m} \left(f_i^k - \langle f_i \rangle \right) \left(f_j^k - \langle f_j \rangle \right) \qquad \text{avec} \quad \langle f_i \rangle = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^{m} f_i^k \,, \tag{5.3}$$

et se réduit à la *variance* σ_i^2 des flux f_i^k pour $i = j$, selon

$$\mathrm{cov}(f_i, f_i) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^{m} \left(f_i^k - \langle f_i \rangle \right)^2 \equiv \sigma_i^2 \,. \tag{5.4}$$

La matrice de covariance $\mathcal{C}$ est *symétrique*, car la covariance est une opération commutative, selon $\mathrm{cov}(f_j, f_i) = \mathrm{cov}(f_i, f_j)\ \forall\ i, j$. Selon un théorème d'algèbre (e.g. Efimov 1976), toute matrice d'une transformation linéaire qui est symétrique dans une base orthogonale est **diagonalisable**. Il doit donc exister une base $\{\hat{\mathbf{e}}_i\}$ dans notre espace à n dimensions, pour laquelle l'expression de la matrice de covariance $\mathcal{C}$ est une matrice diagonale $\widehat{\mathcal{C}}$. Cette base particulière est constituée des n *vecteurs propres* $\hat{\mathbf{e}}_i$ correspondant aux n *valeurs propres* μ_i

de la matrice de covariance $\mathcal{C}$. L'expression $\widehat{\mathcal{C}}$ de cette matrice, dans la nouvelle base $\{\hat{\mathbf{e}}_i\}$, est, quant à elle, la matrice ayant justement les n *valeurs propres* μ_i composant sa diagonale[6], selon

$$\widehat{\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mu_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \mu_n \end{pmatrix} . \tag{5.5}$$

Les n **valeurs propres** μ_i de $\mathcal{C}$ sont les n racines du *polynôme caractéristique* $P_{\mathcal{C}}(\mu)$ de degré n en μ, défini par

$$P_{\mathcal{C}}(\mu) = \det(\mathcal{C} - \mu\,\mathcal{I}) = 0 \qquad \text{avec} \quad \mathcal{C} - \mu\,\mathcal{I} = \begin{pmatrix} c_1^1 - \mu & c_2^1 & \cdots & c_n^1 \\ c_1^2 & c_2^2 - \mu & \cdots & c_n^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_1^n & c_2^n & \cdots & c_n^n - \mu \end{pmatrix} , \tag{5.6}$$

où $\det(\mathcal{C} - \mu\,\mathcal{I})$ est le *déterminant* de la matrice $\mathcal{C} - \mu\,\mathcal{I}$ et où $\mathcal{I}$ est la *matrice identité* composée uniquement de 1 dans sa diagonale. L'ordre des valeurs propres dans la matrice $\widehat{\mathcal{C}}$ de l'Eq. (5.5) étant arbitraire, nous pouvons choisir de les numéroter par ordre décroissant, tel que $\mu_1 > \mu_2 > \ldots > \mu_n$.

A chacune des n valeurs propres μ_i de la matrice $\mathcal{C}$ correspond un **vecteur propre unitaire** $\hat{\mathbf{e}}_i$, qui s'exprime comme une *combinaison linéaire* des vecteurs de la base initiale $\{\mathbf{e}_i\}$, selon

$$\hat{\mathbf{e}}_i = t_i^1\,\mathbf{e}_1 + t_i^2\,\mathbf{e}_2 + \cdots + t_i^n\,\mathbf{e}_n \,. \tag{5.7}$$

Ces vecteurs propres[7] de la matrice $\mathcal{C}$, définis par leurs n composantes t_i^j $(j = 1, \ldots, n)$, sont les solutions des n équations suivantes $(i = 1, \ldots, n)$:

$$\mathcal{C} * \hat{\mathbf{e}}_i = \mu_i\,\hat{\mathbf{e}}_i \,, \quad \text{soit} \quad \begin{pmatrix} c_1^1 & c_2^1 & \cdots & c_n^1 \\ c_1^2 & c_2^2 & \cdots & c_n^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_1^n & c_2^n & \cdots & c_n^n \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} t_i^1 \\ t_i^2 \\ \vdots \\ t_i^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_i\,t_i^1 \\ \mu_i\,t_i^2 \\ \vdots \\ \mu_i\,t_i^n \end{pmatrix} , \tag{5.8}$$

où le signe $*$ symbolise le produit matriciel.

Les vecteurs propres $\hat{\mathbf{e}}_i$ de la matrice $\mathcal{C}$ sont tous perpendiculaires les uns aux autres et forment ainsi une nouvelle base orthonormée $\{\hat{\mathbf{e}}_i\}$ de notre espace. La *matrice de changement de base* $\mathcal{T}$ de la base $\{\mathbf{e}_i\}$ à la base $\{\hat{\mathbf{e}}_i\}$ se construit en plaçant les n composantes t_i^j de chaque

[6]Si les valeurs contenues dans une matrice dépendent de la base dans laquelle on l'exprime, la transformation linéaire qu'elle représente, de même que ces valeurs et vecteurs propres, sont indépendants de la base choisie. Les valeurs et vecteurs propres de $\mathcal{C}$ et de $\widehat{\mathcal{C}}$ sont donc les mêmes.

[7]D'une manière générale, un vecteur propre $\mathbf{x}$ d'une transformation linéaire $\mathcal{A}$ a la particularité de se transformer en un vecteur $\mathbf{y} = \mathcal{A}(\mathbf{x}) = \mathcal{A} * \mathbf{x}$ colinéaire à $\mathbf{x}$, c'est-à-dire que $\mathbf{y} = \mu\,\mathbf{x}$, où μ est la valeur propre associée. Les vecteurs propres d'une transformation $\mathcal{A}$ ne sont pas définis de manière unique par l'équation $\mathcal{A} * \mathbf{x} = \mu\,\mathbf{x}$, car tout multiple $\alpha\,\mathbf{x}$ non nul $(\alpha \neq 0)$ d'un vecteur propre $\mathbf{x}$ est également un vecteur propre associé à la même valeur propre μ (e.g. Efimov 1976). Il est donc toujours possible de normaliser les vecteurs propres de sorte que leur norme vaux 1. Il subsiste pourtant encore une indétermination du signe du vecteur propre.

vecteur propre $\hat{\mathbf{e}}_i$ dans la $i^{\text{ème}}$ colonne de $\mathcal{T}$, ce qui donne

$$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & \cdots & t_n^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & \cdots & t_n^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_1^n & t_2^n & \cdots & t_n^n \end{pmatrix}. \tag{5.9}$$

Avec $\mathcal{T}$ ainsi défini, les n égalités de l'Eq. (5.8) peuvent s'exprimer simplement sous une forme matricielle comme

$$\mathcal{C} * \mathcal{T} = \mathcal{T} * \widehat{\mathcal{C}} \iff \widehat{\mathcal{C}} = \mathcal{T}^{-1} * \mathcal{C} * \mathcal{T}\,, \tag{5.10}$$

où $\mathcal{T}^{-1}$ est la *matrice inverse* de $\mathcal{T}$, c'est-à-dire que $\mathcal{T}^{-1} * \mathcal{T} = \mathcal{T} * \mathcal{T}^{-1} = \mathcal{I}$. La relation de droite de l'Eq. (5.10) est typique d'une équation de changement de base, ce qui montre que $\widehat{\mathcal{C}}$, tel que défini dans l'Eq. (5.5), correspond bien à l'expression de la matrice de covariance $\mathcal{C}$ dans la nouvelle base $\{\hat{\mathbf{e}}_i\}$.

Finalement, une dernière matrice intéressante est l'expression $\widehat{\mathcal{F}}$ de la matrice des flux $\mathcal{F}$ dans la nouvelle base $\{\hat{\mathbf{e}}_i\}$, qui s'obtient selon

$$\widehat{\mathcal{F}} = \mathcal{T}^{-1} * \mathcal{F} * \mathcal{T} = \begin{pmatrix} \hat{f}_1^1 & \hat{f}_2^1 & \cdots & \hat{f}_3^1 \\ \hat{f}_1^2 & \hat{f}_2^2 & \cdots & \hat{f}_3^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \hat{f}_1^m & \hat{f}_2^m & \cdots & \hat{f}_3^m \end{pmatrix}, \tag{5.11}$$

où $\hat{f}_i^k$ est le flux de l'observation k le long du nouvel axe parallèle au vecteur unitaire $\hat{\mathbf{e}}_i$ (cf. Fig. 5.1).

5.3 L'interprétation physique

Le formalisme mathématique, présenté ci-dessus, consiste à effectuer un changement de base dans un espace à n dimensions, qui correspondent aux n intervalles de longueur d'onde de nos spectres. La nouvelle base de cet espace est obtenue en diagonalisant la matrice de covariance des flux aux différentes longueurs d'onde. Je vais tenter ici de donner une interprétation physique au changement de base effectué.

Les valeurs propres d'une matrice de covariance sont toujours réelles et positives (Kendall & Stuart 1968). Elles correspondent à la variance $\hat{\sigma}_i^2$ des observations le long des nouveaux axes alignés sur les vecteurs unitaires $\hat{\mathbf{e}}_i$ de la nouvelle base (cf. Fig. 5.1). Ces vecteurs $\hat{\mathbf{e}}_i$ sont les vecteurs propres de la matrice de covariance $\mathcal{C}$ normalisés à 1. Ils sont déterminés de manière unique au signe près. De même que les vecteurs $\mathbf{e}_i$ correspondent aux longueurs d'onde λ_i, on peut considérer que les vecteurs propres $\hat{\mathbf{e}}_i$ correspondent à des «*pseudo-longueurs d'onde*» $\hat{\lambda}_i$, qui expriment différents *modes de variation* du spectre. Chaque vecteur propre $\hat{\mathbf{e}}_j$ peut être représenté comme un spectre en assignant à chacune des n longueurs d'onde λ_i la valeur l_j^i correspondante. La forme de ce spectre décrit qualitativement le mode de variation qu'il représente. Le fait que la matrice de covariance $\widehat{\mathcal{C}}$, exprimée dans la nouvelle base $\hat{\mathbf{e}}_i$, soit diagonale assure que ces modes de variation sont indépendants et représentent, par conséquent, des *composantes* distinctes de la variabilité observée.

La *composante principale* est associée à la plus grande valeur propre $\mu_1 = \hat{\sigma}_1^2$, ce qui indique que la dispersion $\hat{\sigma}_1$ des m flux $\hat{f}_1^k$ est maximale dans la pseudo-longueur d'onde $\hat{\lambda}_1$, c'est-à-dire dans le mode de variation décrit par le vecteur propre $\hat{\mathbf{e}}_1$.[8]

La somme des valeurs propres d'une matrice est appelée sa *trace* et correspond à la somme des valeurs composant sa diagonale indépendamment de la base choisie, de sorte que la trace de $\mathcal{C}$ est égale à la trace de $\widehat{\mathcal{C}}$. Ceci signifie que la somme des variances σ_i^2 du flux aux longueurs d'onde λ_i est la même que la somme des variances du flux $\hat{\sigma}_i^2$ dans les pseudo-longueurs d'onde $\hat{\lambda}_i$, selon

$$\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 = \text{Trace}(\mathcal{C}) = \text{Trace}(\widehat{\mathcal{C}}) = \sum_{i=1}^{n} \hat{\sigma}_i^2 \,. \tag{5.12}$$

La contribution d'une certaine composante j à la variabilité totale est généralement exprimée par son importance relative I_j, définie comme étant le rapport de la valeur propre associée μ_j sur la somme des valeurs propres, soit

$$I_j = \frac{\mu_j}{\sum_{i=1}^{n} \mu_j} = \frac{\hat{\sigma}_i^2}{\sum_{i=1}^{n} \hat{\sigma}_i^2} = \frac{\hat{\sigma}_i^2}{\text{Trace}(\widehat{\mathcal{C}})} \,. \tag{5.13}$$

Cette grandeur indique si le mode de variation j est significatif ou, si au contraire, il ne contribue que très peu aux variations totales.

La matrice $\widehat{\mathcal{F}}$, qui est l'expression de la matrice des flux $\mathcal{F}$ dans la nouvelle base $\{\hat{\mathbf{e}}_i\}$, est également intéressante, car ses colonnes contiennent les n courbes de lumière des différentes composantes. Ces courbes de lumière sont intéressantes à divers égards. En calculant le flux moyen $\langle \hat{f}_i \rangle$ des flux $\hat{f}_i^k$ de chaque courbe de lumière, il est possible de lever l'indétermination du signe des composantes en imposant que leur flux moyen doit être positif. De plus, on peut renormaliser correctement les composantes en multipliant chaque vecteur propre unitaire $\hat{\mathbf{e}}_i$ par le flux moyen $\langle \hat{f}_i \rangle$ de la courbe de lumière correspondante. Cette renormalisation permet de comparer l'importance en flux des composantes, et pas seulement leur importance en terme de variabilité (cf. Eq. (5.13)). Elle permet également d'additionner correctement les composantes individuelles. En effet, la somme de toutes les composantes ainsi renormalisées est égale au spectre moyen. Cette égalité n'est pas tout à fait triviale, car le spectre moyen s'obtient en moyennant les flux f_i^k des m observations dans les différentes longueurs d'onde λ_i, alors que la composante totale s'obtient en additionnant les composantes individuelles normalisées par leur flux moyen $\langle \hat{f}_i \rangle$, ce qui est apparemment tout à fait différent. Pour comprendre cette égalité, il faut considérer que le formalisme mathématique de l'analyse en composantes principales associe implicitement, à tout intervalle de longueur d'onde λ_j, un spectre semblable à celui d'une composante, mais ayant une valeur de 1 (une unité de flux) à la longueur d'onde λ_j et une valeur nulle à toutes les autres longueurs d'onde. Dans ce cas, il est clair que l'addition de toutes ces composantes normalisées par leur flux moyen correspond bien au spectre moyen. Le fait que l'on obtienne le même spectre en additionnant les composantes correspondant aux différents modes de variation est une manifestation de l'équivalence des deux bases $\{\mathbf{e}_i\}$ et $\{\hat{\mathbf{e}}_i\}$ de notre espace à n dimensions (cf. Fig. 5.1).

[8] Je reconnais que la terminologie introduite ici est compliquée. Le principe de l'analyse en composantes principales se comprend aisément géométriquement à partir de la Fig. 5.1. La difficulté réside dans l'interprétation mathématique et physique des nouvelles directions privilégiées de notre espace. Toutes les notions de vecteur propre, de pseudo-longueur d'onde, de mode de variation ou de composante distincte se réfèrent, en fait, à des aspects différents d'une même réalité.

Une autre normalisation possible consiste à élever les composantes au carré avant de les multiplier par la variance $\hat{\sigma}_i^2$ de la courbe de lumière associée. Dans ce cas, la composante totale correspond au *spectre de la variance*, c'est-à-dire au spectre construit avec la variance σ_i^2 du flux calculée dans chaque intervalle de longueur d'onde λ_i. Un exemple de décomposition du spectre moyen et du spectre de la variance, pour une même raie en émission, est montré dans la Fig. 1 de la publication du Chapitre 6. Grâce à la possibilité présentée ci-dessus de normaliser correctement les composantes, il a été possible d'effectuer une véritable décomposition de cette raie en un spectre fortement variable : la *composante principale* et un spectre faiblement variable : la *composante restante* qui est la somme des $n-1$ autres composantes. La somme de ces deux composantes forme le *spectre total*, qui est équivalent au spectre moyen ou au spectre de la variance suivant la normalisation choisie.

Par addition vectorielle des flux f_i^k à chaque longueur d'onde λ_i, on obtient un certain *flux vectoriel total* $\mathbf{f}_{\mathrm{tot}}^k$ d'un spectre k, selon

$$\mathbf{f}_{\mathrm{tot}}^k = \sum_{i=1}^{n} f_i^k\, \mathbf{e}_i = f_1^k\, \mathbf{e}_1 + f_2^k\, \mathbf{e}_2 + \ldots + f_n^k\, \mathbf{e}_n\,, \tag{5.14}$$

dont la norme vaut

$$f_{\mathrm{tot}}^k = |\, \mathbf{f}_{\mathrm{tot}}^k \,| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (f_i^k)^2} = \sqrt{(f_1^k)^2 + (f_2^k)^2 + \ldots + (f_n^k)^2}\,. \tag{5.15}$$

De manière tout à fait équivalente, on peut additionner vectoriellement le flux $\hat{f}_i^k$ dans les composantes, selon

$$\hat{f}_{\mathrm{tot}}^k = |\, \hat{\mathbf{f}}_{\mathrm{tot}}^k \,| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (\hat{f}_i^k)^2} = \sqrt{(\hat{f}_1^k)^2 + (\hat{f}_2^k)^2 + \ldots + (\hat{f}_n^k)^2}\,, \tag{5.16}$$

ce qui donne le même résultat ($f_{\mathrm{tot}}^k = \hat{f}_{\mathrm{tot}}^k$), comme le laisse présager la représentation géométrique de la Fig. 5.1. L'ensemble ($k = 1, \ldots, m$) de ces flux f_{tot}^k forme la *courbe de lumière du spectre total*. La courbe de lumière de la composante restante s'obtient évidemment de la même manière en ne sommant dans l'Eq. (5.16) que les composantes $i = 2$ jusqu'à n.

Pour des observations bien échantillonnées, les variations de la composante restante peuvent être très intéressantes. La diagonalisation de la matrice de covariance impose que les variations des différentes composantes soient indépendantes, c'est-à-dire complètement non-corrélées pour un délai nul. Ainsi, la fonction de corrélation entre la composante principale et la composante restante passera forcément par zéro pour un retard nul, mais pourra montrer une corrélation pour un retard plus grand. Un exemple d'une telle corrélation est présenté dans la Fig. 2b de la publication du Chapitre 6. Elle suggère que les parties de la raie C IV λ1549 présentes dans la composante restante de NGC 5548, suivent le continu avec un retard d'environ 25 jours, alors que le profil plus large de la raie, présent dans la composante principale, répond quasi-instantanément (< 5 jours) aux variations du continu.

Références

Efimov N., 1976, Formes quadratiques et matrices, édition Mir

Francis P.J., Wills B.J., 1999, Introduction to Principal Components Analysis. In : Quasars and Cosmology, Ferland G., Baldwin J. (eds.), ASP Conf. Series, Vol. 162, p. 363

Jolliffe I.T., 1986, Principal Component Analysis, Springer Series in Statistics, Springer-Verlag

Kendall M.G., 1980, Multivariate Analysis, 2nd edition, Charles Griffin & Co. Ltd., London

Kendall M.G., Stuart A., 1976, The Advanced Theory of Statistics, 3rd edition, Vol. 3, Griffin & Company, London

Chapitre 6

Les variations de deux raies ultraviolettes dans 18 noyaux actifs

Préambule

Ma première publication, présentée ici, fut un travail de longue haleine, qui faisait suite à mon travail de diplôme. Son but était de contraindre le champ de vitesse de la région d'émission des raies larges dans un ensemble de 18 noyaux actifs fréquemment observés par le satellite IUE (*International Ultraviolet Explorer*). La première version de ce travail n'était pas uniquement basée sur l'analyse en composantes principales, décrite au chapitre précédent. Il s'agissait également d'utiliser d'autres moyens permettant de contraindre le champ de vitesse de la région d'émission des raies larges, en caractérisant les variations du profil des raies, selon le principe discuté dans la Sect. 4.5. L'idée était d'intégrer le flux de la forte raie d'émission C IV λ1549 dans trois parties distinctes, à savoir l'aile rouge, l'aile bleue et le coeur de la raie. Alors que le coeur de la raie est émis par des nuages se déplaçant à des vitesses radiales inférieures à 2500 km s^{-1}, ses ailes correspondent à des vitesses comprises entre 2500 et 10 000 km s^{-1} (cf. Sect. 4.2).

Après avoir calculé le rapport du flux des deux ailes sur le flux du coeur de la raie, ainsi qu'un paramètre d'asymétrie entre l'aile rouge et l'aile bleue, j'ai étudié la variation de ces deux grandeurs lorsque le flux total de la raie augmente. J'ai également quantifié la variabilité des trois parties de la raie et du continu[1] en calculant la dispersion relative (cf. Eq. (3.3)) de leur flux. En divisant, pour chaque objet, les trois valeurs obtenues pour la raie par celle obtenue pour le continu, il est possible d'estimer l'amplitude de la réponse de chaque partie de la raie aux variations du continu. J'ai ensuite comparé ces valeurs avec la pente γ de l'effet Baldwin intrinsèque (cf. Sect. 4.3), obtenue séparément pour le coeur et les deux ailes de la raie.

En plus de l'étude des variations du profil de la raie, au sein d'un même objet, j'ai cherché à distinguer des tendances générales pour tous les paramètres décrits ci-dessus en fonction du type des 18 noyaux actifs, de leur luminosité, de la largeur équivalente moyenne de leur raie C IV λ1549 (cf. Sect. 4.3) et de la variabilité de leur continu. Si l'on ajoute à cela l'analyse en composantes principales, qui constituait la deuxième partie du travail, on comprendra

[1] Le continu a été défini à la longueur d'onde de la raie, soit à $\lambda_0 = (1+z)\,1549$ Å en ajustant sa contribution par une droite reliant deux bandes de 40 Å de large apparemment dépourvues de raies spectrales et situées de part et d'autre de la raie C IV λ1549.

aisément que la première version de cette publication, avec toutes ces grandeurs souvent redondantes, avait une certaine lourdeur et relativement peu de résultats intéressants. Cette première version n'a cependant pas été vaine, car elle m'a permis de comparer les résultats de l'analyse en composantes principales avec ceux obtenus par d'autres méthodes. Cette comparaison m'a convaincu de l'efficacité de cette technique, de sorte que j'ai décidé de consacrer la publication finale uniquement à cet méthode d'analyse nouvelle et prometteuse.

La publication, qui suit, montre comment l'analyse en composantes principales peut être utilisée pour décomposer une raie en deux parties indépendantes, à savoir une composante «principale», variant fortement et de manière corrélée avec le continu, et une composante «restante», de moindre variabilité et/ou ne variant pas simultanément avec le continu. Cela implique que la raie, dans la composante principale, serait plutôt émise par des nuages dans la zone **a** de la Fig. 4.5 et dans la partie interne de la zone **b**, alors que le reste de la région d'émission des raies émettrait la composante restante. Ainsi, le fait que le profil de la raie, dans la composante principale, soit généralement assez symétrique et plus large que celui de la composante restante, exclut un champ de vitesse essentiellement radial de la région d'émission des raies larges. Dans le cas où l'absorption est principalement interne aux nuages, elle indiquerait plutôt un mouvement de rotation (cf. Sect. 4.5).

Comme le relèvent Osmer & Shields (1999), le fait d'obtenir, pour les raies Lyα et C IV λ1549, un profil large dans la composante principale est en apparente contradiction avec l'étude de Francis et al. (1992). Cette étude, également basée sur l'analyse en composantes principales, montre, en effet, un profil étroit de ces raies dans la composante principale des variations d'un quasar à l'autre. Cette différence suggère que les variations temporelles intrinsèques agissent principalement sur les ailes des raies, alors que les variations d'un objet à un autre concernent d'avantage leur coeur. Notre résultat indiquant que les ailes varient d'avantage que le coeur des raies ultraviolettes est également contraire à certains résultats obtenu pout la raie optique Hβ. Les variations temporelles de cette raie semblent, en effet, être confinées au coeur de la raie dans les galaxies de Seyfert Mrk 590 (Peterson et al. 1993) et Mrk 335 (Kassebaum et al. 1997).

L'ensemble des résultats indique que la réponse des raies aux variations du continu diminue avec la luminosité des noyaux actifs, ce qui est en accord avec une augmentation de la taille de la région d'émission des raies avec la luminosité (cf. Sect. 4.4). Cette corrélation est cependant fortement influencée par la présence de 3C 273 dans notre échantillon de noyaux actifs. Le fait que les raies de 3C 273 ne varient quasiment pas (cf. aussi Ulrich et al. 1993) n'est peut-être pas seulement dû à une plus grande région d'émission des raies, mais aussi à ses caractéristiques de type blazar, comme suggéré par un comportement semblable observé dans 3C 279 (Koratkar et al. 1998).

Références

Kassebaum T.M., Peterson B.M., Wanders I., et al., 1997, ApJ 475, 106
Koratkar A., Pian E., Urry C.M., Pesce J.E., 1998, ApJ 492, 173
Osmer P.S., Shields J.C., 1999, A Review of Line and Continuum Correlations in AGNs. In : Quasars and Cosmology, Ferland G., Baldwin J. (eds.), ASP Conf. Series, Vol. 162, p. 235
Peterson B.M., Ali B., Horne K., et al., 1993, ApJ 402, 469
Ulrich M.-H., Courvoisier T.J.-L., Wamsteker W., 1993, ApJ 411, 125

Astron. Astrophys. 329, 863–872 (1998)

ASTRONOMY
AND
ASTROPHYSICS

Principal component analysis of two ultraviolet emission-lines in 18 active galactic nuclei

M. Türler[1,2] and T. J.-L. Courvoisier[1,2]

[1] Geneva Observatory, ch. des Maillettes 51, CH-1290 Sauverny, Switzerland
[2] *INTEGRAL* Science Data Centre, ch. d'Écogia 16, CH-1290 Versoix, Switzerland

Received 2 September 1996 / Accepted 27 August 1997

Abstract. We apply a principal component analysis (PCA) to the spectra of each of the 18 Seyfert 1-like objects observed more than 15 times by the international ultraviolet explorer (IUE) from 1978 until the end of 1991. PCA allows us to decompose the Lyα and C IV λ1549 emission-lines of each object into two components with uncorrelated variations. We find that the principal component describes correlated continuum and line variations, whereas the rest component reveals the line-parts that do not vary in tune with the continuum. A cross-correlation analysis in NGC 5548 reveals that variable line features in the rest component follow the continuum by about 25 days. The symmetry usually observed in the component's line profiles excludes that the velocity field of the line-emitting region is dominated by radial motion. In some objects, the principal component reveals a clearly double-peaked line profile.

The results suggest that the variable line feature in the principal and the rest component is respectively emitted in the inner and outer parts of an extended broad-line region (BLR). The fraction of the line that varies together with the continuum seems to decrease significantly with increasing luminosity. We interpret this trend as a consequence of a larger BLR in more luminous objects. Finally, we propose a solution to the C IV/Lyα ratio problem without referring to optically thin emission-line clouds.

Key words: Line: profiles – Galaxies: active – quasars: emission lines – Galaxies: Seyfert – Ultraviolet: galaxies

1. Introduction

Intensive studies of some Seyfert 1 galaxies have shown that emission-line variations are clearly a response to continuum variations (e.g. NGC 5548: Clavel et al. 1991; NGC 3783: Reichert et al. 1994; Fairall 9: Rodríguez-Pascual et al. 1997). This gives strong support to the standard idea that emission-lines in active galactic nuclei (AGN) arise from photoionization of many small dense clouds moving around a central ionizing source (Netzer 1990). The nature of these clouds is still unclear, but an attractive possibility is that they might be the envelopes of bloated stars (Alexander 1997 and references therein).

To understand the structure and the kinematics of the emission-line region, it is of great interest to be able to decompose the emission-lines into several independent components. Most previous attempts decomposed the line profile into several Gaussian components (e.g. Wamsteker et al. 1990). Such decompositions do not ensure that the components are really varying independently.

An interesting way to overcome this problem is to decompose the emission-lines by a principal component analysis (PCA). This was first done by Mittaz et al. (1990), who applied a PCA to the IUE spectra of NGC 4151. They concluded that PCA has only a fairly limited application to the analysis of spectral variability, because they could not find the physical meaning of most components. The analysis we propose here is similar except that we consider only two components: the principal component and the rest component, which comprises all minor variations. Doing so, the physical interpretation of the components becomes much easier and PCA turns out to be a promising way to study emission-line variations and hence the structure and the kinematics of the line emitting region.

The great advantage of the PCA, as compared to reverberation mapping (Peterson 1993) or cross-correlation methods, is that it does not require very well-sampled observations. PCA allows us to study objects that have much too sparse observations to perform a meaningful cross-correlation between continuum and line fluxes. Our sample of 18 objects is to our knowledge the greatest on which line profile variations were studied in a consistent way. It gives us the opportunity to identify common behaviors among the AGN diversity and to look for possible trends with the object luminosity.

Send offprint requests to: M. Türler

2. Observational material

All spectra were down-loaded from the uniform low dispersion archive (ULDA) version 4.0 in the Swiss ULDA national host in Lausanne. This database contains almost all the low dispersion (resolution ~ 6 Å) ultraviolet (UV) spectra obtained by the IUE satellite from 1978 to the end of 1991 (Courvoisier & Paltani 1992). The spectra of the ULDA database are processed with the IUESIPS reduction software described by Wamsteker et al. (1989) and references therein. We are aware that the superior NEWSIPS reduction software would improve the signal-to-noise ratio of the spectra. However, the IUE final archive (IUEFA) does not yet contain all the spectra used in this work and we considered that the improvement was not worth repeating the reduction for the more than thousand spectra used in this work.

We considered the 18 Seyfert 1-like objects (quasars and Seyfert galaxies) with more than 15 good quality spectra observed through the large aperture ($10'' \times 20''$) of the short wavelength prime (SWP) camera. Each spectrum was viewed separately and we excluded sky and noisy spectra, as well as some spectra with bright spots. The redshift of 3C 273 is so that the C IV λ1549 line coincides with a reseau mark at $\lambda_{\rm obs}$ 1792–1796 Å, its most spoiled spectra were also excluded.

Because of the IUE wavelength scale uncertainty due to small displacements of the target within the IUE aperture, we realigned all spectra according to the peak of the geocoronal Lyα λ1216 emission fitted by a Gaussian. This was done for all objects except NGC 4151, because the geocoronal emission is contaminated by its small redshifted (z = 0.0033) Lyα line. We choose the geocoronal emission rather than emission-lines from the object to avoid problems with double-peaked profiles and to use an identical procedure for all objects. The dispersion of the shifts that we measured is ~ 1.5 Å, but shifts up to ~ 5 Å are observed. This is enough to introduce spurious antisymmetric line profile variations (Türler & Courvoisier 1997). Finally, the spectra were rebinned into 1 Å bins for computational convenience. Throughout this paper, the flux density is expressed in $10^{-14}\,\mathrm{erg\,s^{-1}\,cm^{-2}\,\AA^{-1}}$ and the integrated line flux is expressed in $10^{-14}\,\mathrm{erg\,s^{-1}\,cm^{-2}}$.

3. Principal component analysis

PCA is a mathematical tool, which can reduce a multidimensional data set into a small number of linearly independent variables. A general description of the PCA method can be found in Kendall & Stuart (1976) or Jolliffe (1986). The special case of PCA applied to AGN spectra is described by Mittaz et al. (1990) or by Francis et al. (1992) for object-to-object variations.

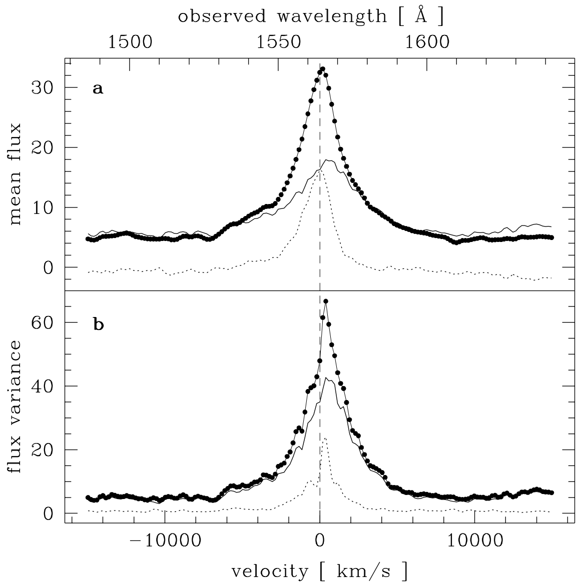


Fig. 1. Principal component analysis of the C IV λ1549 line in NGC 3783. **a** decomposition of the mean spectrum (points) into the principal component (solid line) and the rest component (dotted line). **b** similar decomposition of the variance spectrum. The flux is expressed in $10^{-14}\,\mathrm{erg\,s^{-1}\,cm^{-2}\,\AA^{-1}}$

3.1. Description of the method

The analysis we applied to the spectra of each object was done as follows. We constructed a $m \times n$ matrix $\mathcal{F}$ containing the fluxes of the m observations in the n 1 Å wavelength bins λ_i $(i = 1 \dots n)$ between $\lambda_{\rm obs}$ 1229 and 1948 Å. These 720 bins represent nearly the entire SWP range except the geocoronal Lyα emission bellow 1229 Å. The fluxes in each λ_i form a base $\{f(\lambda_i)\}$ of a n-dimensional space, in which the m observations are represented by m points.

The aim of the PCA is to form a new base $\{f(\lambda'_i)\}$, in which only a few number of the n vectors $f(\lambda'_i)$ are relevant to describe the variations. $\{f(\lambda'_i)\}$ is the base in which the expression of the covariance matrix $\mathcal{C}$ of $\mathcal{F}$ is diagonal. The vectors $f(\lambda'_i)$ are thus the eigenvectors of $\mathcal{C}$. They are called components, since they describe linearly independent forms of variations and can be represented as spectra (each component is a linear combination of the n initial $f(\lambda_i)$). For a given component k, the eigenvalue of $\mathcal{C}$ is equal to the flux variance σ_k^2 in this component. The contribution of the component k to the total variability is given by its relative importance I_k defined by: $I_k = \sigma_k^2 / \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 = \sigma_k^2/\mathrm{Trace}(\mathcal{C})$. The principal component is thus the component with the highest I_k and its direction in the n-space follows the maximal elongation of the m observation points.

The matrix $\mathcal{F}'$, which is the expression of $\mathcal{F}$ in the new base $\{f(\lambda'_i)\}$, contains the fluxes of the m observations in the n "pseudo-wavelengths" λ'_i. We therefore have the n lightcurves of the components from which we derive the mean flux $\langle f \rangle_i$ and the flux variance σ_i^2 in each component i. The raw components are normalized to unity and their sign is undefined. In order to be able to add or subtract components, we have to normalize them properly. Two possible additive normalizations are (a) to multiply the components by their mean flux $\langle f \rangle_i$ or (b) to multiply the squared components by their flux variance σ_i^2. The total component (i.e. the sum of all components) is then equal to (a) the mean spectrum or (b) the variance spectrum (i.e. respectively the mean flux and the flux variance in each λ_i).

In our analysis, we concentrate on only two components: the principal component and the rest component, which is constructed by subtracting the principal from the total component and is therefore the sum of the $n-1$ minor components. In Fig. 1, we show the decomposition into these two components of (a) the mean and (b) the variance spectrum taken around the C IV λ1549 line of NGC 3783. The lightcurve of the total component is obtained by a vectorial addition of the lightcurves in the n components (i.e. for each observation the squared flux in the total component is the sum of the squared fluxes in the n components).

3.2. Properties of the components

The power of the PCA lies in the diagonalization of the covariance matrix $\mathcal{C}$ of $\mathcal{F}$. A diagonal covariance matrix ensures that all structures constituting a single PCA component vary simultaneously, while the different components have variations that are completely uncorrelated at zero lag.

We applied the PCA on the widest possible spectral range to include a significant fraction of the continuum in the analysis. This ensures that the principal component reflects the main continuum variations, since the continuum is known to vary with larger amplitudes than the emission-lines. Figure 1b illustrates that in NGC 3783 nearly all continuum variations are described by the principal component alone. Under this assumption, we can physically interpret the line profiles in the two components. The line profile in the principal component shows which line-part varies simultaneously with the continuum, whereas the line profile in the rest component shows line-parts that do not vary in tune with the continuum.

To test this interpretation and to further investigate the relationship between the continuum and our two components, we applied the PCA method to only the well sampled observations of the 1989 monitoring campaign on NGC 5548 (Clavel et al. 1991). In Fig. 2a, we compare the principal and the rest component lightcurves with the original continuum lightcurve at $\lambda_{\rm rest}$ 1350 Å from Clavel et al. (1991) in units of $10^{-16}\,{\rm erg\,s^{-1}\,cm^{-2}\,Å^{-1}}$.

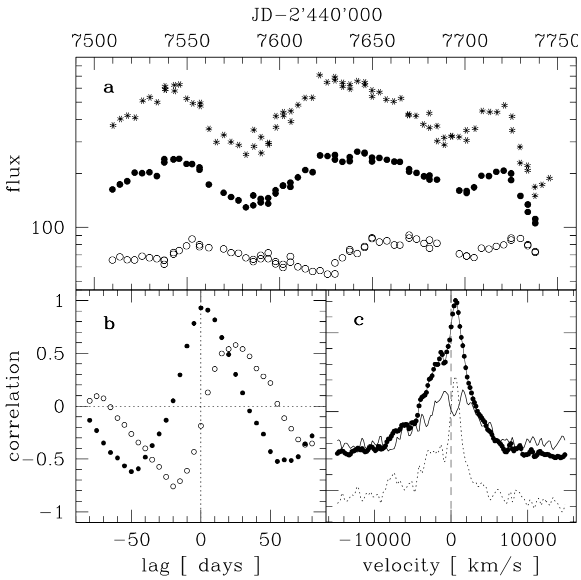


Fig. 2. PCA study of the 1989 monitoring campaign on NGC 5548. **a** logarithmic lightcurves of the continuum flux at $\lambda_{\rm rest}$ 1350 Å from Clavel et al. (1991) (star points), of the principal component (filled points) and of the rest component (open points). **b** cross-correlations of the principal component (filled points) and the rest component (open points) with the continuum lightcurve at $\lambda_{\rm rest}$ 1350 Å. **c** PCA decomposition of the C IV line as in Fig. 1a

We analysed the correlation of the two components with the UV continuum using the interpolated cross-correlation function (ICCF) of Gaskell & Sparke (1986) as described by White & Peterson (1994). The results show that the principal component variations are indeed strongly correlated with those of the continuum flux at zero lag, while the rest component variations are completely uncorrelated at zero lag with those of the continuum. However, the cross-correlation between the rest component and the UV continuum suggests that the variable line-parts in the rest component follow the continuum with a delay of the order of 25 days. This lag is twice as large as the lag between the continuum and the integrated Lyα and C IV lines (8–16 days) (Clavel et al. 1991), which means that the PCA divides the line into two parts: a line-part that responds to the continuum with a very small delay ($\lesssim$ 5 days) and a line-part that responds with a much longer delay ($\sim$25 days).

The C IV line profile of these two parts is shown in Fig. 2c. The full width at half maximum (FWHM) of the line-part in the rest component is much narrower (1 850 km s^{-1}) than in the principal component (7 300 km s^{-1}). However, the full width at 1/4 maximum of the line-part in the rest component (6 650 km s^{-1}) shows that high velocities are also present.

This analysis suggests that the line-part in the principal component is emitted in the inner broad-line region (BLR), since it responds with large amplitudes and nearly zero lag to the continuum, whereas the line-part in the rest component is both constituted of a less varying contribution from outer parts of the BLR that respond with a greater delay to the continuum and of a non-varying contribution from the narrow-line region (NLR).

The lag of $\sim$25 days found for the rest component in NGC 5548 is comparable to the lag of the C III] λ1909 line (26–32 days) (Clavel et al. 1991) and to the Balmer-line lags ($\sim$20 days for Hβ) (e.g. Peterson et al. 1991). It is therefore possible that the C IV line-part in the rest component is emitted at about the same distance from the ionizing continuum than the C III] or the Hβ line.

In other objects, the temporal sampling of the observations does not allow us to determine a clear lag between the two components and the continuum. However, this will be possible with the other monitoring campaign data, that will soon be available in the IUEFA.

4. Definition of the variability parameters

From the PCA results, it is possible to derive line and continuum variability parameters. The mean continuum $\langle f_{\lambda,\mathrm{cont}} \rangle_k$ and line $\langle f_{\mathrm{line}} \rangle_k$ fluxes are derived from the component k normalized by its mean flux $\langle f \rangle_k$ (Fig. 1a). The continuum $\sigma_{\lambda,\mathrm{cont}}$ and line σ_{line} flux dispersions are estimated from the principal component normalized by its flux dispersion σ_{prin}. This derivation is motivated by the theoretical argument exposed in Sect. 4.1. The determination of the continuum and the method of line integration is described in Sect. 4.2.

4.1. Theoretical basis

In the following, the temporal average $\langle f(\lambda) \rangle$ and the temporal dispersion $\sigma(\lambda)$ of the n spectra $f(\lambda, t_i)$ measured at time t_i ($i = 1 \ldots n$) are defined as

$$\langle f(\lambda) \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} f(\lambda, t_i) \qquad \text{and} \tag{1}$$

$$\sigma^2(\lambda) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (\Delta f(\lambda, t_i))^2 , \tag{2}$$

where $\Delta f(\lambda, t_i) \equiv f(\lambda, t_i) - \langle f(\lambda) \rangle$. At each t_i, the total spectrum is the sum of a continuum and a line contribution $f_{\mathrm{tot}}(\lambda, t_i) = f_{\mathrm{cont}}(\lambda, t_i) + f_{\mathrm{line}}(\lambda, t_i)$. This relation combined with Eqs. (1) & (2) gives

$$\langle f_{\mathrm{tot}}(\lambda) \rangle = \langle f_{\mathrm{cont}}(\lambda) \rangle + \langle f_{\mathrm{line}}(\lambda) \rangle \tag{3}$$

$$\sigma^2_{\mathrm{tot}}(\lambda) = \sigma^2_{\mathrm{cont}}(\lambda) + \sigma^2_{\mathrm{line}}(\lambda) + \frac{2}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \Delta f_{\mathrm{cont}}(\lambda, t_i) \cdot \Delta f_{\mathrm{line}}(\lambda, t_i) \tag{4}$$

Eq. (4) shows that contrary to the mean spectrum, the variance spectrum can not be simply decomposed into a continuum and a line contribution.

It would however be possible to decompose the dispersion spectrum (i.e. the flux dispersion in each λ_i) into a continuum and a line contribution if

$$\Delta f_{\mathrm{line}}(\lambda, t_i) = R(\lambda) \cdot \Delta f_{\mathrm{cont}}(\lambda, t_i) , \tag{5}$$

because this would imply that $\sigma_{\mathrm{line}}(\lambda) = R(\lambda) \cdot \sigma_{\mathrm{cont}}(\lambda)$ via Eq. (2) and thus that Eq. (4) reduces to

$$\begin{aligned} \sigma_{\mathrm{tot}}(\lambda) &= \sqrt{\sigma^2_{\mathrm{cont}}(\lambda) + \sigma^2_{\mathrm{line}}(\lambda) + 2R(\lambda)\sigma^2_{\mathrm{cont}}(\lambda)} \\ &= \sigma_{\mathrm{cont}}(\lambda) + \sigma_{\mathrm{line}}(\lambda) . \end{aligned} \tag{6}$$

Equation (5) would correspond to substitute a time independent response function $R(\lambda)$ for actual convolution with the transfer function. Since there is a significant lag between the line and the continuum variations, Eq. (5) is incorrect and thus we can not derive the line variability σ_{line} from the dispersion spectrum via Eq. (6).

However, we have shown in Sect. 3.2 that the principal component is correlated with the continuum at zero lag. This is not only verified in NGC 5548, but is a direct consequence of the way we applied the PCA. Therefore, Eq. (5) is correct for the line-part in the principal component and thus, according to Eq. (6), we can estimate the line variability σ_{line} by integrating the line-part in the principal component normalized by its flux dispersion σ_{prin}. This estimation gives a lower limit to the actual line variability, since it does not consider the delayed line variations, but has the advantage of excluding spurious variability due to noisy spectra.

4.2. Continuum and emission-line determination

On the basis of Eqs. (3) & (6), we can derive both the mean and the dispersion of the line flux by integrating the emission-line above a defined continuum in the appropriate component. To do this, we first defined five 30 Å bands that are usually free of emission or absorption features in the rest frame of the source at λ_{rest} 1120–1150 Å, 1320–1350 Å, 1430–1460 Å, 1700–1730 Å, 1810–1840 Å. The two last bands are both outside of the component domain λ_{obs} 1229–1948 Å in 3C 273 and GQ Comae, due to their higher redshift. For these two objects, we had to define a new band from λ_{rest} 1665 Å to the end of the component, despite the possible He II λ1640 and O III] λ1663 contamination at those wavelengths. Doing so, there are always

Table 1. List of the objects in our sample with some characteristic parameters derived from the PCA. log(L) is the logarithm of the luminosity expressed in $\mathrm{erg\,s^{-1}\,Å^{-1}}$, the FWHM is expressed in $\mathrm{km\,s^{-1}}$. Other quantities have no units. The parameters are defined in Sect. 5.1

Object	n	z	log(L)	I_{prin}	$\frac{\sigma_{rest}}{\sigma_{prin}}$	η		FWHM $_{prin}$		FWHM $_{rest}$	
						Lyα	C IV	Lyα	C IV	Lyα	C IV
Ark 120	33	0.0330	41.39	0.70	0.20	0.61±0.06	0.37±0.07	5 700	8 650	3 800	3 450
3C 120	21	0.0336	40.68	0.48	0.24	0.42±0.07	0.42±0.04	1 950	2 300	3 800	2 250
3C 273	110	0.158	43.26	0.85	0.12	0.21±0.03	0.17±0.10	14 450	—	3 150	3 900
3C 382	22	0.0578	41.34	0.88	0.11	0.56±0.05	0.57±0.03	8 650	13 100	7 500	10 550
3C 390.3	23	0.0561	40.74	0.50	0.31	0.47±0.05	0.87±0.06	8 550	8 200	2 500	1 400
ESO 141-55	26	0.0368	41.67	0.85	0.12	0.88±0.03	0.55±0.05	4 950	5 750	3 500	5 250
Fairall 9	84	0.046	41.77	0.86	0.21	0.85±0.02	0.62±0.03	4 200	3 950	2 150	2 050
GQ Comae	17	0.1653	41.93	0.66	0.18	0.40±0.05	0.38±0.11	4 750	5 000	3 100	2 650
Mrk 279	23	0.0297	41.22	0.89	0.11	0.78±0.02	0.53±0.03	7 700	4 200	3 700	7 000
Mrk 335	28	0.025	41.17	0.48	0.50	0.82±0.03	0.78±0.08	2 850	3 700	1 600	2 900
Mrk 509	37	0.0355	41.60	0.70	0.16	0.78±0.03	0.53±0.03	6 650	5 350	3 300	2 400
Mrk 926	18	0.048	41.54	0.85	0.14	0.43±0.03	0.61±0.02	7 600	10 650	5 000	5 050
NGC 3516	30	0.009	39.73	0.81	0.18	0.71±0.02	0.60±0.01	6 100	8 900	2 700	2 300
NGC 3783	55	0.0096	40.24	0.87	0.18	0.97±0.03	0.60±0.01	7 400	4 650	2 300	2 200
NGC 4151	314	0.0033	39.60	0.89	0.13	0.94±0.08	0.82±0.01	8 000	7 650	—	1 850
NGC 4593	25	0.0087	39.58	0.76	0.17	0.79±0.04	0.68±0.03	10 300	9 250	3 800	3 500
NGC 5548	154	0.017	40.71	0.78	0.17	0.91±0.01	0.63±0.01	6 900	7 450	1 500	1 850
NGC 7469	20	0.0165	40.77	0.51	0.42	0.27±0.04	0.33±0.05	7 000	7 500	2 000	2 850

four bands that constrain the continuum, whatever the redshift of the object is.

The continuum is estimated by fitting a straight line through the points in these four bands. We used the ordinary least-squares regression "OLS(X|Y)" of Isobe et al. (1990) with its uncertainties on the slope and on the intercept. To take into account systematic errors, the uncertainty on the continuum is assumed to be twice the uncertainty on the fit that was calculated, as all uncertainties in this paper, according to the general formula

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\sigma_{x_i}\right)^2}, \tag{7}$$

where f is a function of the n variables x_i with uncertainties σ_{x_i}.

The Lyα and C IV emission-lines are integrated above the continuum in the velocity ranges $[-15\,000\,;+\,15\,000]$ and $[-15\,000\,;+\,12\,000]$ respectively, as far as enabled by the redshift of the object. We choose these ranges in order to include the N V λ1240 line in the Lyα λ1216 integration and to exclude the He II λ1640 and O III] λ1663 lines from the C IV λ1549 integration. In the following, the Lyα line actually refers to the Lyα + N V line. The uncertainty on the line contribution is determined by integrating the line above the fitted continuum plus and minus its uncertainty. The continuum parameters are arbitrary defined at $\lambda_{\rm rest}$ 1350 Å.

5. Results

In the appendix, we show the PCA decomposition of the C IV and Lyα lines for all objects. If the component's line profiles are similar for the C IV and the Lyα line of a same object, they can be very different from one AGN to the other. This great diversity forced us to consider only very simple parameters to quantify the line properties of the components in order to find significant trends. The general results and possible trends with luminosity are presented in Sect. 5.1, whereas comments on individual objects are given in Sect. 5.2.

5.1. Global trends

Tables 1 & 2 display the most meaningful quantities derived from our analysis together with the number n of considered spectra and the redshift z of the object as given by the set of identifications, measurements and bibliography for astronomical data (SIMBAD). log(L) is the logarithm of the luminosity density at $\lambda_{\rm rest}$ 1350 Å expressed in $\mathrm{erg\,s^{-1}\,Å^{-1}}$. It was derived from the fitted continuum assuming a Hubble constant of $H_0 = 50\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$.

To quantify the variability in the principal component with respect to other variations, we choose two parameters: $I_{\rm prin}$ and $\sigma_{\rm rest}/\sigma_{\rm prin}$, which are respectively the relative importance of the principal component and the ratio of the flux dispersions in the rest and in the principal component, as defined in Sect. 3.1. Both parameters show that in general the dominant variations are well de-

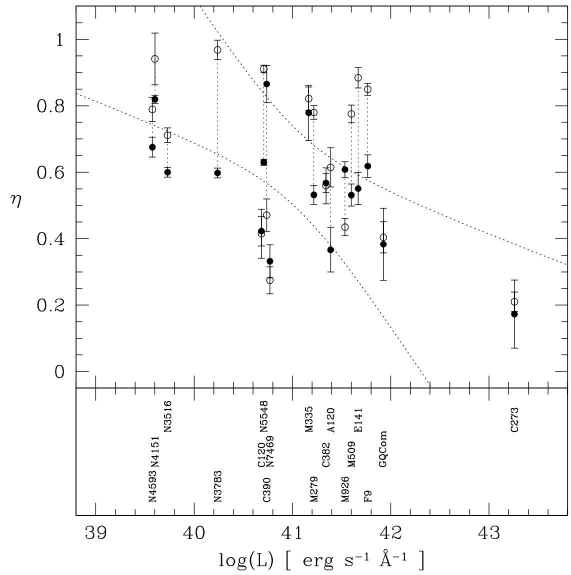


Fig. 3. Fraction of the emission-line present in the principal component as a function of the object luminosity. Open and filled points represent respectively Lyα and C IV lines. The two dotted curves represent the 3-σ uncertainty on the bisector linear regression of Isobe et al. (1990)

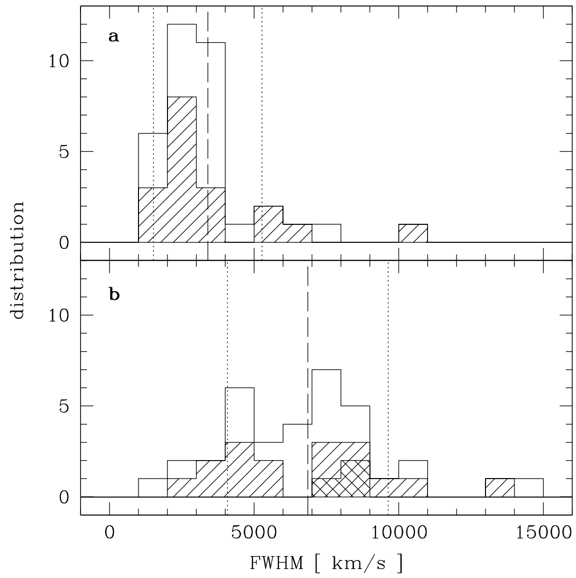


Fig. 4. Distribution of the FWHM of the emission-lines in the rest component (**a**) and the principal component (**b**). The C IV lines are shaded or twice shaded if they are double-peaked. The mean (dashed line) and the dispersion (dotted lines) of the distribution are shown

scribed by the principal component alone ($I_{\rm prin} \gtrsim 50\,\%$ and $\sigma_{\rm rest}/\sigma_{\rm prin} \lesssim 50\,\%$).

According to the discussion in Sect. 3.2, the fraction η of the line that varies together with the continuum is given by the ratio of the mean line fluxes in the principal and in the total component $\eta = \langle f_{\rm line} \rangle_{\rm prin} / \langle f_{\rm line} \rangle_{\rm tot}$. Its dependence with luminosity shown in Fig. 3 has a slope of -0.28 ± 0.06/decade. Here, as in the following, the slope was determined by using the "OLS bisector" unweighted linear regression of Isobe et al. (1990), as advised by these authors and the trend is highlighted in the figure by the 3-σ uncertainty on the regression. We applied a Spearman's test (e.g. Bevington 1969) to determine whether the correlation suggested by Fig. 3 is significant or not. The probability that such a correlation could occur by chance is 1.6 %.

We quantified the width of the Lyα and the C IV lines by evaluating their FWHM both in the principal and in the rest component. The FWHM values displayed in Table 1 are expressed in km s^{-1} with an uncertainty on the measure of ± 100 km s^{-1}. Some noisy components had to be smoothed to determine properly their width and in low redshift objects, for which the blue side of the Lyα line is not in the component, the FWHM was extrapolated from the half width at half maximum. Even so, we could not determine a meaningful width for the Lyα line in the rest component of NGC 4151, because of geocoronal Lyα contamination and for the C IV line in the principal component of 3C 273, because there is nearly no line feature in this component.

The distribution of the FWHM in Fig. 4 shows that there is no obvious difference between the C IV and the Lyα line. The average width of the two lines is twice as large in the principal component (6 850 km s^{-1}) as in the rest component (3 400 km s^{-1}). Individually, the line is always broader in the principal component than in the rest component, except for the Lyα line in 3C 120 and the C IV line in Mrk 279. This clear result shows that the line-part that varies with the continuum is broader in general than the line-part that varies less. In many objects however, the line in the rest component is broader than the typical width (300–1 000 km s^{-1}) of a line emitted in the NLR (Netzer 1990).

The C IV line profile in the principal component is clearly double-peaked in 3C 390.3, NGC 3516 and NGC 4151. A double-peaked profile is known to be the signature of a thin rotating disk viewed close to edge-on (Welsh & Horne 1991). Recently, Goad & Wanders (1996) showed

Table 2. The relative variability of the continuum measured at $\lambda_{\rm rest}$ 1350 Å and of the integrated Lyα and C IV lines

Object	$(\sigma/\langle f\rangle)_{1350}$	$(\sigma/\langle f\rangle)_{\rm Ly\alpha}$	$(\sigma/\langle f\rangle)_{\rm C\,IV}$
Ark 120	0.22±0.01	0.11±0.01	0.06±0.01
3C 120	0.27±0.02	0.09±0.02	0.09±0.01
3C 273	0.23±0.00	0.04±0.01	0.03±0.02
3C 382	0.54±0.02	0.24±0.02	0.25±0.01
3C 390.3	0.52±0.04	0.15±0.02	0.27±0.02
ESO 141-55	0.27±0.01	0.21±0.01	0.13±0.01
Fairall 9	0.58±0.01	0.40±0.01	0.29±0.02
GQ Comae	0.53±0.03	0.16±0.02	0.15±0.04
Mrk 279	0.41±0.01	0.26±0.01	0.18±0.01
Mrk 335	0.16±0.01	0.11±0.00	0.11±0.01
Mrk 509	0.21±0.01	0.12±0.00	0.08±0.01
Mrk 926	0.57±0.02	0.16±0.01	0.23±0.01
NGC 3516	0.48±0.01	0.27±0.01	0.23±0.01
NGC 3783	0.46±0.01	0.35±0.01	0.22±0.01
NGC 4151	0.69±0.02	0.55±0.05	0.48±0.01
NGC 4593	0.43±0.02	0.28±0.01	0.24±0.01
NGC 5548	0.35±0.01	0.24±0.00	0.17±0.00
NGC 7469	0.18±0.01	0.05±0.01	0.05±0.01

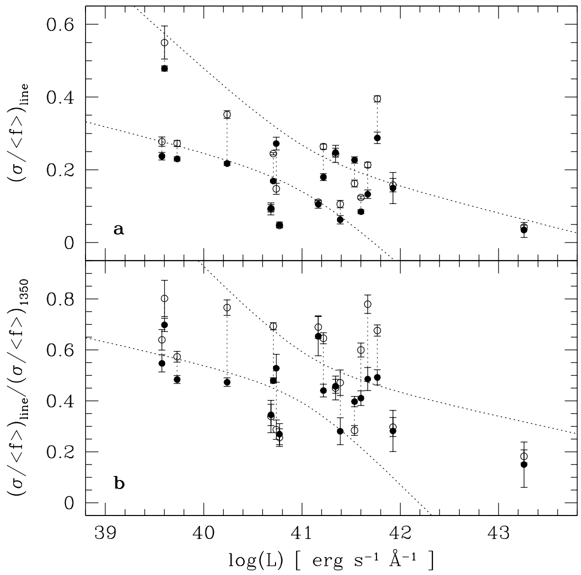


Fig. 5. Luminosity dependence of the line variability (**a**) and a parameter describing the line-to-continuum response (**b**). Open and filled points represent respectively Lyα and C IV lines. The dotted curves are defined as in Fig. 3

that double-peaked profiles can also originate due to a non-uniform lighting of a spherical BLR by a predominantly biconical continuum emission. Their model is able to reproduce a wide range of observed profiles and predicts that the FWHM should be generally larger in double- than in single-peaked profiles. The FWHM that we measured for our three C IV double-peaked profiles ($\sim 8\,000\,{\rm km\,s^{-1}}$) are among the highest in the sample, in good agreement with their prediction. The line profile in Mrk 509 can be seen as the transition between double- and single-peaked profiles.

We quantified the variability of the continuum and of the Lyα and C IV lines by the ratio of the flux dispersion on the mean flux $\sigma/\langle f\rangle$. This ratio corresponds to the parameter $F_{\rm var}$ first defined by Clavel et al. (1991) to describe the flux variability. We calculated the values shown in Table 2 as explained in Sect. 4. The luminosity dependence of the line variability shown in Fig. 5a has a slope of -0.16 ± 0.03/decade. The Spearman's test probability that such an anticorrelation could occur by chance is 1.8 %, but rises to ~ 10 %, when we consider only the Lyα or the C IV line and reaches 70 % for the continuum variability. This absence of correlation between the continuum variability and the luminosity is in contradiction with Paltani & Courvoisier (1994), who found a strongly significant anticorrelation in a sample of 72 Seyfert-like objects with a slope of -0.046/decade. The fact that this trend remains hidden to us with a sub-sample of 18 objects is most probably due to its weak slope and to the high scatter of the points. This increases our confidence in the significant trends that we found for the two emission-lines.

The ratio of the line variability on the continuum variability $(\sigma/\langle f\rangle)_{\rm line}/(\sigma/\langle f\rangle)_{1350}$ is perhaps even more meaningful, since it describes the line-to-continuum response. Its luminosity dependence shown in Fig. 5b has a steeper slope (-0.24 ± 0.05/decade) than that of the line variability, but the Spearman's test probability is similar (1.7 %) and the scatter of the points is higher. The great similarity with the relation in Fig. 3 is due to the fact that η and $(\sigma/\langle f\rangle)_{\rm line}/(\sigma/\langle f\rangle)_{1350}$ are closely related, as shown by the following theoretical argument.

Since the PCA results suggest that a fraction η of the line varies in tune with the continuum, while the remaining fraction $(1-\eta)$ is nearly constant, we can write

$$f_{\rm line}(t_i) \simeq R\,[\,\eta\, f_{\lambda,\rm cont}(t_i) + (1-\eta)\langle f_{\lambda,\rm cont}\rangle\,] \quad (8)$$
$$\simeq R\,[\,\langle f_{\lambda,\rm cont}\rangle + \eta\,\Delta f_{\lambda,\rm cont}(t_i)\,]\,, \quad (9)$$

where R is a response constant and $\Delta f(t_i) \equiv f(t_i) - \langle f\rangle$. We can now equal the first and the second term in Eq. (9) with $\langle f_{\rm line}\rangle$ and $\Delta f_{\rm line}(t_i)$ respectively:

$$\langle f_{\rm line}\rangle \simeq R\,\langle f_{\lambda,\rm cont}\rangle \quad (10)$$
$$\Delta f_{\rm line}(t_i) \simeq R\,\eta\,\Delta f_{\lambda,\rm cont}(t_i))\,. \quad (11)$$

In accordance with Eq. (2), Eq. (11) implies that $\sigma_{\rm line} \simeq R\,\eta\,\sigma_{\lambda,\rm cont}$, which together with Eq. (10) leads to

$$\eta \simeq \frac{(\sigma/\langle f\rangle)_{\rm line}}{(\sigma/\langle f\rangle)_{\lambda,\rm cont}}\,. \tag{12}$$

This straightforward calculation shows that both η and $(\sigma/\langle f\rangle)_{\rm line}/(\sigma/\langle f\rangle)_{1350}$ describe in a way the line-to-continuum response.

In all but two objects (3C 390.3 and Mrk 926), the line response is stronger within the uncertainties for the Lyα than for the C IV line. This naturally leads to a decrease of the C IV/Lyα ratio with increasing continuum flux, as it was observed in some Seyfert galaxies (Peterson 1993). 3C 390.3 was until now the only object in which the C IV/Lyα ratio was observed to increase with increasing continuum flux (Wamsteker et al. 1997). Our results confirm this peculiar behavior in 3C 390.3 and predict a similar one in Mrk 926.

We did not quantify line profile asymmetries, but a look at the components displayed in the appendix shows that most of their line profiles are roughly symmetric. The observed absence of strong line asymmetries in the components of most objects excludes that their line-emitting region is dominated by infall or outflow (Rosenblatt et al. 1994). However, minor line asymmetries might reflect some radial motion within a predominantly chaotic or rotational velocity field.

5.2. Comments on individual objects

Apart from 3C 390.3, which has a different C IV/Lyα ratio behavior than most AGN (Sect. 5.1), other objects have some peculiarities. The most luminous radio-loud quasar in our sample is 3C 273, its principal component has only a very broad and nearly undetectable line feature. This leads to a very weak line variability, as was already noticed by Ulrich et al. (1993) for the Lyα line. Since 3C 273 is the only well enough observed luminous object, it is difficult to know whether or not its blazar characteristics are responsible for this peculiarity. However, the fact that 3C 273 is well inside the obtained luminosity trend suggests that other luminous quasars would also have nearly constant emission-lines.

Fairall 9, on the other hand, is an object which does not follow the general luminosity trend. Its line variability behavior is typical for a Seyfert galaxy, whereas its luminosity is that of a quasar. This was already pointed out by Rodríguez-Pascual et al. (1997), who found that the emission-line lags in Fairall 9 (Lyα: 14–20 days; He II λ1640: $\lesssim$ 4 days) are comparable to those in NGC 5548, despite the difference in luminosity of a factor of ten. It suggests that the luminosity of Fairall 9 during the first years of IUE observations was extraordinary high and hence that its average luminosity is overestimated.

3C 120 and NGC 7469 are two other objects that are always outside of the 3-σ uncertainty curves. Their line variability is very small, because they are the two only objects with a clear asymmetric line profile in their first component. The blue wing of the line is not correlated with the continuum in 3C 120, whereas it seems even anticorrelated in NGC 7469. Such asymmetries are qualitatively consistent with an infalling BLR, since the blue wing is then emitted behind the continuum source having thus a higher emission-line lag than the red wing emitted in front of the source. However, both objects are not well enough observed to draw strong conclusions only based on these PCA results.

6. Discussion

Perhaps the most important result of the PCA is that a great fraction of the emission-line does not vary together with the continuum. This fraction has a line profile that is usually too broad to originate only in the NLR and thus the classical division of the emission-line into a variable BLR and a constant NLR contribution has to be reviewed. The PCA decomposition gives support to the model proposed by Brotherton et al. (1994) in which the traditional BLR is divided in two components: a very broad line region (VBLR) and an intermediate line region (ILR), which have typical velocities of $\sim 7\,000\,{\rm km\,s^{-1}}$ and $\sim 2\,000\,{\rm km\,s^{-1}}$, respectively. The line profile in the principal component would then be the signature of the VBLR, whereas the rest component's profile would be the signature of the ILR plus a constant contribution from the NLR.

Under this assumption, the delay of ~ 25 days that we measured between the rest component and the UV continuum in NGC 5548 (Sect. 3.2) can be understood as the distance of the ILR. This result is in good agreement with Brotherton et al. (1994), who estimate that the ILR is about 10 times more distant from the ionizing continuum than the VBLR. We note however that the line profile in the rest component has wings which extend to significant fractions of those in the principal component. This implies the presence of high velocity gas in the ILR and hence suggests that the VBLR and the ILR are not completely separated.

The ratio of the line on the continuum variability naturally decreases when the light-travel time across the line-emitting region $t_{\rm lt}$ is of the order of the typical variability timescale of the ionizing continuum $t_{\rm var}$. If $t_{\rm lt} \ll t_{\rm var}$, the entire line-emitting region will respond as a whole to continuum variations, whereas if $t_{\rm lt} \gg t_{\rm var}$, different subregions will respond with different delays to the ionizing continuum averaging out the variations (Rosenblatt et al. 1994). In our interpretation, the lines emitted in the ILR have weak variations, because the extended ILR implies that $t_{\rm lt} > t_{\rm var}$, whereas the lines emitted in the VBLR vary in tune with the continuum, because this region is small enough to satisfy $t_{\rm lt} < t_{\rm var}$. A simple way to formally link the fraction η of the line in the principal component (i.e.

emitted in the VBLR) to the two characteristic timescales is to write

$$\eta \simeq \exp\left(-t_{\rm lt}/t_{\rm var}\right), \tag{13}$$

where $t_{\rm lt}$ is now the light-crossing time of the BLR. According to Eq. (13), we obtain with our data the following relation with luminosity

$$t_{\rm lt}/t_{\rm var} \simeq -\ln\left(\eta\right) \propto L^{0.52\pm0.09}, \tag{14}$$

which shows that the BLR size increases with respect to $c\,t_{\rm var}$ as the luminosity increases. If we assume that $t_{\rm lt}$ is proportional to the observed delays between the line and the continuum and thus that it varies roughly with the luminosity as $t_{\rm lt} \propto L^{0.5}$ (Kaspi et al. 1996), the relation in Eq. (14) suggests that the variability timescale of the ionizing continuum $t_{\rm var}$ is independent of the object luminosity.

The usually observed decrease of the C IV/Lyα ratio with increasing continuum flux was interpreted as being due to a population of optically thin clouds (Shields et al. 1995). Such a model predicts that the broad emission-line component emitted in the inner BLR by optically thin clouds should be less variable than the narrower component emitted in the outer BLR by optically thick clouds. This prediction seems to be verified for the Hβ line in some Seyfert galaxies (Mrk 590: Peterson et al. 1993; Mrk 335: Kassebaum et al. 1997), but was never observed to our knowledge for the Lyα or the C IV line. Our result that the most varying line-part is usually also the broadest is in contradiction with such a model.

We propose that the C IV/Lyα ratio problem is due to a significant decrease of the variability timescale $t_{\rm var}$ between the ionizing thresholds of H I and C IV, respectively at 912 Å (13.6 eV) and at 192 Å (64.5 eV). If we assume that the light-crossing time of the BLR $t_{\rm lt}$ is similar for the two lines, this would lead to a better line-to-continuum response for the Lyα than for the C IV line (Eq. (12) & (13)), implying a decrease of the C IV/Lyα ratio with increasing continuum flux.

The lack of far UV observations does not allow us to test this interpretation. However, there are evidences that the continuum varies more rapidly at higher energies than in the UV. Nandra et al. (1991) found that the X-ray flux in NGC 5548 varies significantly on timescales of hours and that it can vary by a factor of two in less than a few days. More recently, Marshall et al. (1997) found that the extreme UV (150–200 eV) can vary by a factor of two on timescales of 0.5 day. Such a decrease of the variability timescale toward shorter wavelength from the UV to the extreme UV domain is qualitatively in agreement with our interpretation.

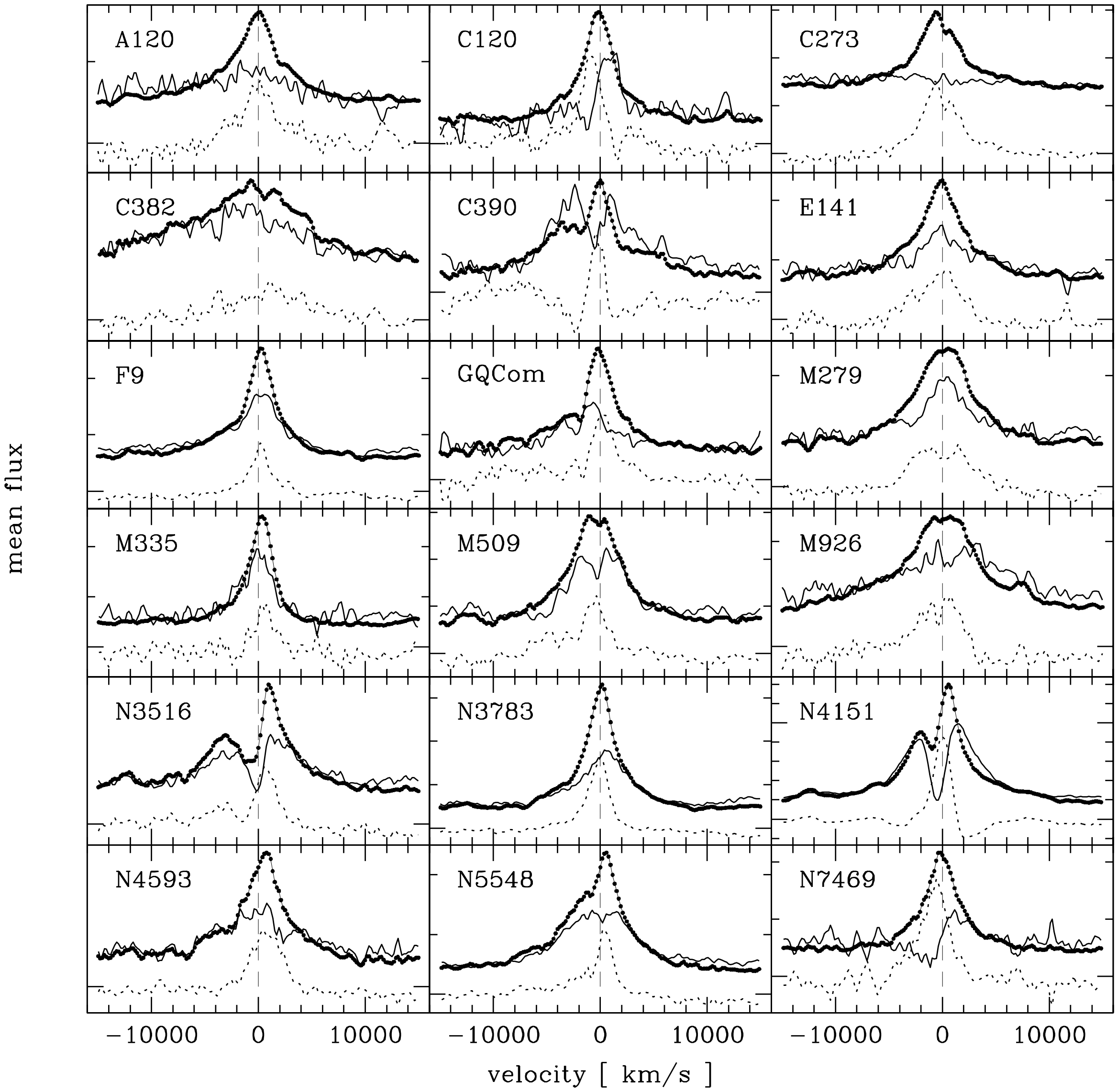
Acknowledgements. We thank S. Paltani for precious help and advice on the use of PCA and we are very grateful to the anonymous referee for his detailed comments, which helped us strongly to improve this work.

References

Alexander T., 1997, MNRAS 285, 891
Bevington P.R., 1969, Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences. McGraw-Hill Book Company
Brotherton M.S., Wills B.J., Francis P.J., Steidel C.C., 1994, ApJ 430, 495
Clavel J., Reichert G.A., Alloin D., et al., 1991, ApJ 366, 64
Courvoisier T.J.-L., Paltani S., 1992, IUE-ULDA Access Guide No. 4, Vol. A & B. ESA SP 1153 A & B
Francis P.J., Hewett P.C., Foltz C.B., Chaffee F.H., 1992, ApJ 398, 476
Gaskell C.M., Sparke L.S., 1986, ApJ 305, 175
Goad M., Wanders I., 1996, ApJ 469, 113
Isobe T., Feigelson E.D., Akritas M.G., Babu G.J., 1990, ApJ 364, 104
Jolliffe I.T., 1986, Principal Component Analysis, Springer-Verlag
Kaspi S., Smith P.S., Maoz D., Netzer H., Jannuzi B.T., 1996, ApJ 471, L75
Kassebaum T.M., Peterson B.M., Wanders I., et al., 1997, ApJ 475, 106
Kendall M.G., Stuart A., 1976, The Advanced Theory of Statistics, 3rd edition, Vol. 3. Griffin and Company, London
Marshall H.L., Carone T.E., Peterson B.M., et al., 1997, ApJ 479, 222
Mittaz J.P.D., Penston M.V., Snijders M.A.J., 1990, MNRAS 242, 370
Nandra K., Pounds K.A., Stewart G.C., et al., 1991, MNRAS 248, 760
Netzer H., 1990. In: Courvoisier T.J.-L., Mayor M. (eds.) Active Galactic Nuclei. 20th Saas-Fee Advanced Course, Springer Verlag, p. 57
Paltani S., Courvoisier T.J.-L., 1994, A&A 291, 74
Peterson B.M., 1993, PASP 105, 247
Peterson B.M., Balonek T.J., Barker E.S., et al., 1991, ApJ 368, 119
Peterson B.M., Ali B., Horne K., et al., 1993, ApJ 402, 469
Reichert G.A., Rodríguez-Pascual P.M., Alloin D., et al., 1994, ApJ 425, 582
Rodríguez-Pascual P.M., Alloin D., Clavel J., et al., 1997, ApJS 110, 9
Rosenblatt E.I., Malkan M.A., Sargent W.L.W., Readhead A.C.S., 1994, ApJS 93, 73
Shields J.C., Ferland G.J., Peterson B.M., 1995, ApJ 441, 507
Türler M., Courvoisier T.J.-L., 1997. In: Peterson B.M., Cheng F.-Z., Wilson A.S. (eds.) Emission Lines in Active Galaxies: New Methods and Techniques. ASP Conference Series Vol. 113, p. 191
Ulrich M.-H., Courvoisier T.J.-L., Wamsteker W., 1993, ApJ 411, 125
Wamsteker W., Driessen C., Munoz J.R., et al., 1989, A&AS 79, 1
Wamsteker W., Rodríguez-Pascual P.M., Beverley J.W., et al., 1990, ApJ 354, 446
Wamsteker W., Wang T., Schartel N., Vio R., 1997, MNRAS, 288, 225
Welsh W.F., Horne K., 1991, ApJ 379, 586
White R.J., Peterson B.M., 1994, PASP 106, 879

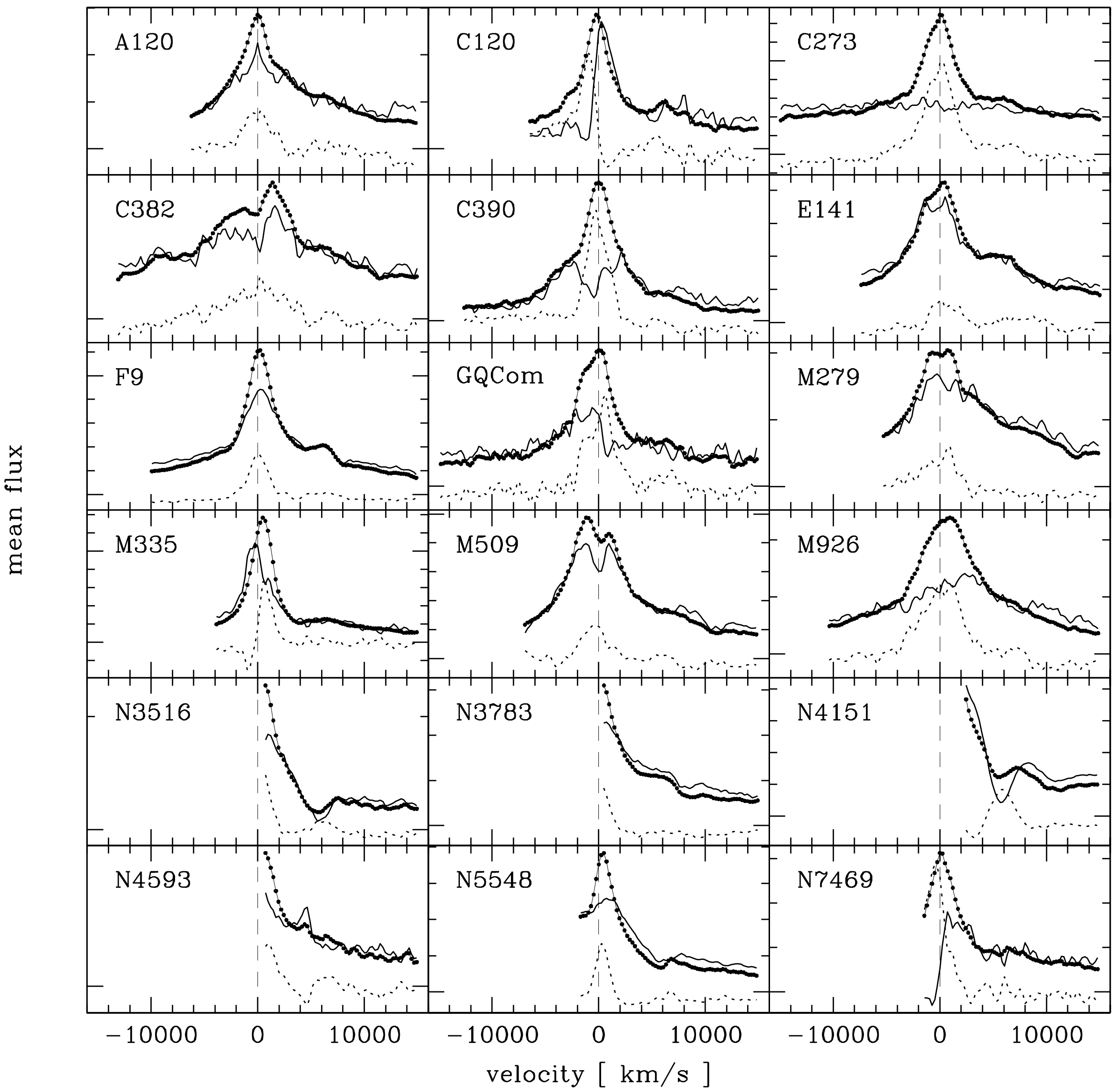
Appendix A: PCA decomposition of the C IV line

PCA decomposition of the mean C IV $\lambda1549$ line profile (points) into the principal component (solid line) and the rest component (dotted line). The abbreviated name of the object is shown in each panel. The zero velocity (dashed line) is defined by the redshift. On the flux axis, the first big tick is always at zero flux and small ticks are at every $10^{-13}\,\mathrm{erg\,s^{-1}\,cm^{-2}\,\AA^{-1}}$.



Appendix B: PCA decomposition of the Lyα line

Same as in appendix A, but for the Lyα line. The blue wing of the line could not always be analysed because of geocoronal Lyα contamination.



This article was processed by the author using Springer-Verlag LATEX A&A style file *L-AA* version 3.